Санкт-Петербургский государственный университет
экономики и финансов
(ФИНЕК)

**Л. С. Тарасевич, П. И. Гребенников,
А. И. Леусский**

ТЕОРИЯ КОРПОРАТИВНЫХ ФИНАНСОВ

Учебник

Рекомендовано Министерством образования и науки Российской Федерации
в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся
по экономическим специальностям

МОСКВА ■ ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ ■ 2007

УДК 33
ББК 65.26я73
Т19

Авторы:

Тарасевич Леонид Сергеевич — профессор, ректор Санкт-Петербургского государственного университета экономики и финансов;

Гребенников Петр Ильич — профессор кафедры ценообразования Санкт-Петербургского государственного университета экономики и финансов;

Леусский Александр Иванович — профессор, заведующий кафедрой экономической теории и мировой экономики Санкт-Петербургского государственного университета экономики и финансов.

Тарасевич Л. С., Гребенников П. И., Леусский А. И.
Т19 Теория корпоративных финансов : учебник. — М. : Высшее образование, 2007. — 237 с. — (Университеты России).

ISBN 978-5-9692-0161-3

В книге излагается неоклассическая теория финансов фирмы, лежащая в основе моделей принятия оптимальных инвестиционно-финансовых решений.

Для студентов и преподавателей экономических факультетов и вузов.

УДК 33
ББК 65.26я73

ISBN 978-5-9692-0161-3

© Тарасевич Л. С., Гребенников П. И., Леусский А. И., 2007
© ООО «Высшее образование», 2007

Оглавление

Предисловие **6**

Глава 1. Финансовая сфера фирмы **9**
1.1. Финансы фирмы и задачи финансового менеджмента 9
1.2. Методология принятия инвестиционно-финансовых решений 14
1.2.1. Сопоставление разновременных затрат и результатов 14
1.2.2. Учет неопределенности и риска 26
1.3. Рынок финансов 32
1.4. Бухгалтерская и финансовая оценки экономических результатов деятельности фирмы 36
Краткие выводы 48
Математическое приложение 49
Литература 50

Глава 2. Инвестиционные решения при отсутствии неопределенности **51**
2.1. Автономные инвестиционные решения 51
2.1.1. Единичная одноразовая инвестиция 51
2.1.2. Выбор одного из множества эффективных проектов 55
2.1.3. Экономический срок эксплуатации техники 57
2.1.4. Формирование инвестиционной программы из нескольких проектов 61
2.2. Совместное планирование инвестиций и финансирования 62
2.2.1. Однопериодная модель Дина 62
2.2.2. Многопериодная модель 68
2.3. Ценность фирмы и стоимость ее капитала как критерии оптимизации инвестиционных программ 79
Краткие выводы 82
Математическое приложение 84
Литература 86

Глава 3. Методы принятия решений в условиях неопределенности и риска 87
3.1. Анализ чувствительности 88
3.2. Математическое ожидание критерия оптимизации 92
3.3. Гибкое планирование 101
3.4. Риск и его измерение 106
Краткие выводы 112
Литература 113

Глава 4. Теория портфеля и модели оценки капитальных активов ... 114
4.1. Поведение инвестора на рынке финансов 114
4.1.1. Доходность и риск портфеля с двумя разновидностями акций 115
4.1.2. Доходность и риск портфеля из *n* разновидностей акций 120
4.1.3. Оптимальная структура портфеля акций 122
4.1.4. Оптимальная структура смешанного финансового портфеля 123
4.2. Равновесие на рынке финансов 126
4.2.1. Концепция CAPM 127
4.2.2. Индексные модели 132
4.3. Модели оценки капитальных активов и расчет сегодняшней ценности производственных инвестиционных проектов 136
Краткие выводы 140
Математические приложения 141
1. Расчет вариации портфеля из *n* акций 141
2. Оптимизация структуры портфеля с *n* разновидностями акций 143
3. Расчет вариации акции в модели SIM 148
Литература 148

Глава 5. Управление финансовыми рисками 149
5.1. Модель CPPI 149
5.2. Иммунизация риска изменения ставки процента 151
5.2.1. Момент полной компенсации 152
5.2.2. Управление дюрацией 159
5.3. Деривативы как инструменты снижения финансовых рисков 165
5.3.1. Фьючерсное хеджирование 168
5.3.2. Ценность опционов 171

5.3.3. Ценность свопов 183
Краткие выводы 184
Математические приложения 185
1. Формула расчета дюрации 185
2. Расчет дюрации портфеля из двух облигаций 186
3. Арифметические расчеты к примеру 5.3 187
Литература 188

Глава 6. Структура капитала фирмы и благосостояние акционеров 189
6.1. Финансовый рычаг 189
6.2. Поведенческая концепция 192
6.3. Рыночно ориентированная концепция 195
6.3.1. Налоговый щит 199
6.3.2. Стоимость смешанного капитала в CAPM 204
6.4. Институциональная концепция 206
Краткие выводы 212
Математическое приложение: Решение проблемы «принципал — агент» (LEN-модель) 214
Литература 215

Глава 7. Финансовая политика фирмы 216
7.1. Способы финансирования инвестиционной программы 217
7.2. Разбавление капитала 221
7.3. Дивидендная политика 225
Краткие выводы 231
Математическое приложение 232
Литература 232

Словарь терминов 233

Предисловие

В настоящее время число доступных русско-язычным студентам учебников по финансам предприятий (фирм) отечественных и зарубежных авторов приближается к сотне. Решение авторов данного учебника дополнить это множество еще одним изданием основывалось на том, что преобладающее большинство этих книг является учебниками по финансовому менеджменту. Такой уклон вполне оправдан большой потребностью в отечественных специалистах по управлению финансами фирм. Задача данного учебника — показать, что в основе методов решений проблем финансового менеджмента лежат теоретические предпосылки и методология неоклассического экономического анализа[1].

Эта книга — учебник по *теории* корпоративных финансов. В ней отсутствует, например, подробное описание инструментов и институтов финансового рынка, с которыми повседневно имеют дело финансовые менеджеры. Прочитав ее, вы не будете готовы управлять финансами фирмы, но лучше будете понимать, хотите ли вы овладеть этой престижной ныне профессией, и в случае положительного ответа на этот вопрос сможете лучше усвоить материал учебников по финансовому менеджменту.

Теория корпоративных финансов относится к наиболее сложным разделам современной экономической науки. Она объясняет, что происходит с неупотребляемой частью доходов экономических субъектов — сбережениями. Отношения, возникающие между индивидами по использованию фонда потребления, — предмет курса «Микроэкономика». Принять оптимальное решение относительно сбережений трудней, чем рационально распределить потребляемую часть дохода между покупаемыми товарами. Это связано с тем, что в современной экономике

[1] С 1960-х гг. в теории корпоративных финансов возникло альтернативное направление – поведенческая теория финансов (Behavioral Finance), отрицающая постулаты индивидуального рационализма, направленного на максимизацию полезности индивида. Наиболее видными представителями этого направления являются профессор экономики Гарвардского университета А. Шлейфер и профессор психологии Принстонского университета Д. Канеман, получивший Нобелевскую премию по экономике в 2002 г. Эту геометрию Лобачевского в теории финансов целесообразно изучать в виде отдельного спецкурса.

сбережения осуществляют одни, а инвестируют другие экономические субъекты. Но главные трудности проистекают из того, что оптимальное использование фонда накопления предполагает решение двух сложных проблем: соизмерение разновременных затрат и результатов и учет неопределенности отдачи инвестиций.

Эта книга имеет значительно меньший объем, чем большинство учебников по финансам предприятий. Тем не менее авторы постарались представить в ней весь комплекс проблем современной теории корпоративных финансов без существенного упрощения их содержания. Краткость изложения материала отчасти компенсируется списком литературы на русском языке к каждой главе учебника. В связи с этим обратим внимание на одно важное обстоятельство. Почти во всех изданных на русском языке учебниках по финансам фирмы иностранных авторов английское слово «Value» и немецкое «Wert» переведены как «стоимость»[1]. Это существенно затрудняет понимание многих важных положений теории и практики финансового менеджмента. Инвестиционно-финансовые решения принимаются на основе сопоставления ценности (Value) ожидаемого результата и стоимости (Cost), используемых для получения результата ресурсов. Невольное отождествление обоих указанных терминов в результате перевода их одним и тем же словом «стоимость» препятствует правильному пониманию содержания первоисточника. Исключение понятия ценности из русской экономической теории, осуществленное советскими марксистами[2] при их стремлении отмежеваться от «буржуазной» австрийской школы[3], сегодня не имеет никаких оправданий.

Учебник состоит из семи последовательных по содержащемуся в них материалу глав. В гл. 1 описан предмет теории корпоративных финансов

[1] «Стоимость операций (value of operations) — это приведенное значение будущих свободных денежных потоков, порождаемых операциями компании и дисконтированных по средневзвешенной стоимости капитала (weighted average cost of capital)». *Бригхэм Ю., Эрхардт М.* Финансовый менеджмент. СПб., 2005. С. 521. «В условиях совершенного рынка капитала рыночная стоимость предприятия, а также средневзвешенная стоимость его капитала не реагируют на изменения соотношения между заемным и собственным капиталом». *Крушвиц Л.* Финансирование и инвестиции. СПб., 2000. С. 224.

[2] «Дополнять политэкономию социализма понятием экономической ценности нет нужды». *Пашков А. И.* Потребительная стоимость, стоимость и цена // Потребительная стоимость продуктов труда при социализме. М., 1978. С. 62.

[3] «Так как К. Марксу совершенно чуждо толкование теории стоимости как в духе Л. Буха, так и в духе Туган-Барановского, мы, во избежание недоразумений, воздерживаемся от употребления терминологии, которая кажется нам наиболее правильной, и присоединяемся к терминологии, предложенной Н. Даниельсоном». *Кон А.* Курс по политической экономии. М., 1929. С. 56.

как составной части современной экономической теории и показано, как основные инструменты неоклассического экономического анализа применяются при решении специфических проблем инвестиционно-финансовой деятельности фирм. Здесь же раскрываются различия между оценкой результатов работы фирмы за определенный период бухгалтером и финансовым менеджером. В гл. 2 изложены критерии и модели принятия инвестиционных решений в предположении отсутствия неопределенности в условиях совершенного и несовершенного финансового рынка. Особое внимание при этом обращается на обязательное соответствие используемых методов оценки инвестиционных программ характеру решаемых задач и конкретным условиям, в которых осуществляются инвестиции. В гл. 3 рассмотрены особенности принятия экономических решений в условиях неопределенности и возможность применения критериев и методов инвестиционно-финансовых решений, используемых при отсутствии неопределенности и риска. Излагаются специально разработанные для условий неопределенности модели решения инвестиционно-финансовых задач. В гл. 4 описано ядро современной теории корпоративных финансов. В ней моделируется поведение типичного инвестора, оптимизирующего структуру своих финансовых активов с учетом его отношения к доходности и риску; раскрывается сущность равновесия на рынке финансов и его роль в формировании цен капитальных активов. В гл. 5 рассмотрены основы управления риском дохода от финансовых активов посредством перманентной реструктуризации финансового портфеля и использования новых финансовых титулов — деривативов. В гл. 6 обсуждается один из центральных вопросов финансового менеджмента: зависит ли стоимость используемого фирмой капитала и соответственно ценность фирмы от источников ее финансирования? В гл. 7 обобщены основные выводы относительно финансовой политики фирмы, вытекающие из анализа ее финансов, проведенного в предыдущих главах.

Учебник предназначен для студентов старших курсов экономических вузов и факультетов, изучивших высшую математику, микроэкономику и теорию экономической статистики.

Авторы благодарят профессора Геттингенского университета (ФРГ) доктора Гюнтера Габиша за предоставленную возможность работать в библиотеке его университета в ходе подготовки данного учебника и будут благодарны всем за критические замечания и рекомендации по его совершенствованию, которые можно высылать по адресу: 199023, Санкт-Петербург, ул. Садовая, д. 21, издательство СПбГУЭиФ, e-mail: first.vr@finec.ru.

Глава 1

Финансовая сфера фирмы

1.1. Финансы фирмы и задачи финансового менеджмента

Фирма (предприятие) является первичной ячейкой общественного хозяйства. С позиций общества фирма — это социально-экономический институт, предназначенный для производства и продажи материальных благ и услуг. Ее основными организационно-правовыми формами являются индивидуальные предприятия, товарищества и акционерные компании (корпорации). В развитых экономиках преобладающая часть валового внутреннего продукта производится корпорациями.

Необходимые для функционирования фирмы средства поступают из различных источников, которые с позиций ее владельцев делятся на собственные и сторонние, а с позиций менеджеров — на внутренние и внешние (рис. 1.1).

Экономическая деятельность фирмы постоянно порождает исходящие и входящие денежные потоки. Оплате издержек производства противостоит выручка от реализации продукции. Используемый в производстве капитал возникает в результате финансирования фирмы и обусловливает регулярные выплаты его собственникам. Поскольку фирма функционирует в обстановке внутриотраслевой и межотраслевой конкуренции при постоянно меняющихся предпочтениях потребителей, технологии изготовления продукции, доступности факторов производства, то ей приходится регулярно осуществлять инвестиции для роста и модернизации производства.

Система входящих и исходящих потоков платежей, возникающая в ходе становления, функционирования и ликвидации фирмы, является предметом исследования теории корпоративных финансов. Схематически она представлена на рис. 1.2.

Собственники фирмы участвуют в образовании финансов фирмы путем внесения учредительных взносов или покупки акций (*1*). От

фирмы к ее собственникам идет поток *2*, представляющий выплату дивидендов и изъятие вложенных средств. Кроме средств собственников фирмы менеджеры, как правило, используют заемные средства (*3*) на условиях возвратности к оговоренному сроку с оплатой процентов (*4*). Государство влияет на размеры финансов фирмы путем взимания налогов (*5*) и предоставления субвенций (*6*). Производственная сфера фирмы обусловливает отток платежных средств на оплату факторов производства для текущей деятельности и инвестиций в реальный капитал (*7*). Приток из производственный сферы в сферу финансов поступает в виде выручки от продажи продукции и ненужных средств производства (*8*). Разность между потоками *7* и *8* образует финансовое сальдо производства. Если фирма имеет избыточные платежные средства (сверх минимально необходимых кассовых остатков), то они направляются на приобретение портфеля ценных бумаг и предоставление денежного кредита (*9*), а дивиденды и проценты вместе с выручкой от продажи ценных бумаг и возвращенным кредитом образуют платежный поток *10*. Разность между потоками *9* и *10* составляет финансовое сальдо портфельных инвестиций.

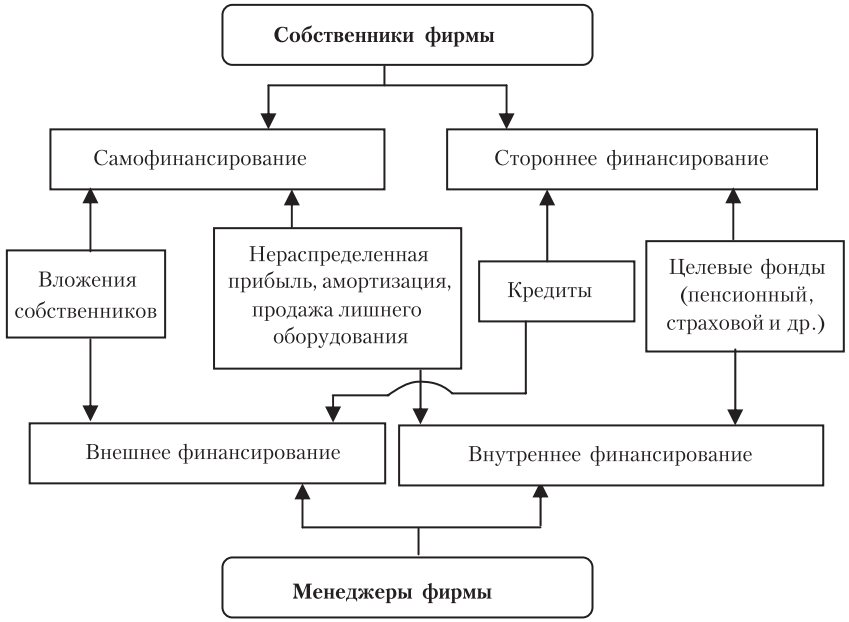

Рис. 1.1. **Источники финансирования фирмы**

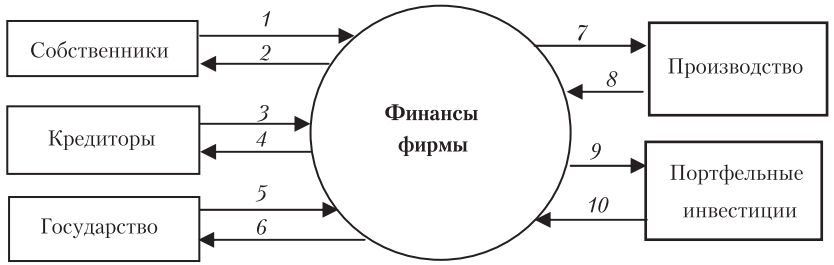

Рис. 1.2. **Финансовые потоки в фирме:**

1 — капиталовложения; *2* — изъятие вложений и дивиденды; *3* — получение кредитов; *4* — возврат кредитов и процентов; *5* — субвенции; *6* — налоги; *7* — оплата затрат производства и инвестиции; *8* — поступления от продажи продукции и ненужного оборудования; *9* — оплата покупаемых ценных бумаг и предоставление кредита; *10* — поступления от продажи ценных бумаг, дивиденды, проценты

Финансирование и инвестирование — это две стороны процесса создания капитала. Финансирование отделяется от инвестирования тогда, когда одни экономические субъекты делают сбережения, а другие используют их для создания средств производства (реального капитала). Под *финансированием* понимается поступление денег, обусловленное последующими выплатами, а под *инвестированием* — выплата, обеспечивающая в будущем поступления. Инвестирование акционеров в фирму с позиций ее менеджеров является финансированием. Для предпринимателя, ведущего бизнес за счет собственных средств, финансирование совпадает с инвестированием: используя часть своего дохода на расширение бизнеса, он одновременно осуществляет финансирование и инвестирование.

Управление финансами фирмы направлено на реализацию двух основных целей: а) промежуточной — обеспечение постоянной платежеспособности фирмы как условия ее существования, и б) конечной — максимизация благосостояния собственников фирмы. За достижением первой внимательно следят кредиторы фирмы, за достижением второй — акционеры.

Для поддержания платежеспособности фирмы нужно так согласовывать платежные потоки, чтобы в каждый момент времени разность между притоками и оттоками платежных средств не превышала их наличный фонд. Неплатежеспособность фирмы ведет к росту ее задолженности и грозит банкротством. Определить и поддерживать оптимальную долю заемного капитала в общей сумме используемого капитала — одна из важных задач финансового менеджмента.

Комплексным средством обеспечения и контроля платежеспособности фирмы служат годовые финансовые планы, в которых отражаются все ожидаемые притоки и оттоки платежных средств и соответствие факта плану (табл. 1.1).

Для оценки текущей платежеспособности фирмы используются различные показатели ее ликвидности, характеризующие соотношение отдельных статей бухгалтерского баланса:

$$K_1 = \frac{\text{ПС}}{\text{КЗ}}; \quad K_2 = \frac{\text{ПС} + \text{ДЗ}}{\text{КЗ}}; \quad K_3 = \frac{\text{ПС} + \text{ДЗ} + \text{МЗ}}{\text{КЗ}},$$

где ПС — фонд платежных средств, состоящий из наличных денег и рыночных ценных бумаг; КЗ — кредиторская задолженность; ДЗ — дебиторская задолженность; МЗ — материальные запасы.

Таблица 1.1

Схема финансового плана фирмы

Показатели	Январь		...	Декабрь	
	план	факт		план	факт
I. Поступлений всего					
В том числе:					
выручка от продажи продукции и ненужного оборудования					
доходы от финансовых вложений					
получение кредитов					
прочие					
II. Выплаты, всего					
В том числе:					
оплата труда и материалов					
капиталовложения					
возврат кредитов с процентами					
налоги и дивиденды					
прочие					
III. Платежные средства					
ИТОГО: I – II + III					

Росстат публикует сводные коэффициенты текущей ликвидности по отдельным отраслям, которые рассчитываются как отношение фактической ценности находящихся в наличии организаций оборотных средств к наиболее срочным обязательствам организации в виде кредиторской задолженности (табл. 1.2).

Для собственников капитала фирмы поддержание ее постоянной платежеспособности, как и вся производственная деятельность фирмы, является лишь средством достижения конечной цели — роста их благосостояния. Фирма способствует росту благосостояния акционеров тем, что за время своего существования обеспечивает им возможность увеличить потребление за счет потока доходов в виде дивидендов и возврата возросшей ценности предоставленного фирме капитала. Будем обозначать этот поток вектором $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_T$, где T — срок функционирования фирмы; $\tilde{a}_i$ — ожидаемые поступления собственникам капитала в i-м периоде ($i = 1, 2, ..., T$).

Таблица 1.2

Коэффициенты текущей ликвидности[1]

Отрасли	Годы			
	2001	2002	2003	2004
Всего в экономике	106,1	109,7	116,2	113,1
В том числе:				
промышленность	107,0	110,0	113,2	109,5
сельское хозяйство	103,0	105,5	112,4	135,4
строительство	97,2	99,9	94,4	94,0
транспорт	111,1	112,2	194,5	113,4
связь	109,5	94,1	103,9	96,3
торговля	111,8	119,1	119,0	135,9
ЖКХ[2]	74,3	71,8	69,1	73,5

[1] Российский статистический ежегодник. М., 2005. С. 664.
[2] ЖКХ — жилищно-коммунальное хозяйство.

Главная цель финансового менеджмента — обеспечить такие финансирование и инвестирование фирмы, при которых поток $\tilde{a}_i$ приобретает максимальную ценность для акционеров. Трудности решения этой задачи возникают из-за того, что этот поток имеет тройную размерность: величину (значение $\tilde{a}_i$), временну́ю структуру (различные варианты распределения $\tilde{a}_i$ во времени) и риск (мера вероятности того, что в периоде i поступления будут равны a_i). Только первая характеристика потока поступлений для всех акционеров имеет одинаковые преимущества: чем больше $\tilde{a}_i$, тем лучше. Относительно распределения $\tilde{a}_i$ во времени и риска отклонения фактической величины дохода от ожидаемой предпочтения индивидов, как правило, различаются.

1.2. Методология принятия инвестиционно-финансовых решений

Экономическая теория основывается на том, что хозяйственная активность индивида направлена на максимизацию его благосостояния. Формально это выражается в виде максимизации индивидуальной функции полезности $U = U(Q_1, Q_2, ..., Q_n) \to \max$, где Q_i — количество i-го блага ($i = 1, 2, ..., n$), используемого индивидом. Технические и экономические условия ограничивают количество доступных индивиду благ. Поэтому ему приходится максимизировать функцию полезности при ограничениях на ее переменные.

Поскольку инвестиционные решения воздействуют на благосостояние людей в течение нескольких периодов, то они оцениваются на основе их вклада в максимизацию многопериодной функции полезности $U = U(C_1, C_2, ..., C_T)$, где C_t — совокупность потребляемых благ в периоде t ($t = 1, 2, ..., T$). Возможные объемы потребления в каждом периоде зависят от имеющихся в данном периоде благ и их распределения между потреблением и сбережением. Объем сбережений, используемый для инвестиций, определяет будущие объемы потребления.

Из-за того что последствия инвестиционных решений текущего периода реализуются (проявляются) в последующих периодах, возникает необходимость в решении двух задач: 1) как сопоставлять разновременные затраты и результаты; 2) как учитывать неопределенность (неоднозначность) ожидаемых результатов. К настоящему времени экономическая теория не может предложить универсального способа совместного решения обеих задач. Поэтому рассмотрим методологию решения каждой из них в отдельности.

1.2.1. Сопоставление разновременных затрат и результатов

Натуральное хозяйство. Проанализируем сначала, как принимается решение об объеме инвестирования (финансирования) в условиях простейшего хозяйства — в хозяйстве Робинзона. В целях упрощения примем, что плановый горизонт Робинзона ограничен двумя периодами: текущим t_0 и будущим t_1. В момент принятия инвестиционного решения он располагает заданным объемом благ (y_0), пригодных одновременно и для потребления в текущем периоде (C_0), и для инвестирования ($I_0 = y_0 - C_0$). В периоде t_1 потребление Робинзона равно валовой отдаче инвестиций. Имеющийся объем благ нужно использовать таким образом, чтобы максимизировать суммарное благосостояние в обоих периодах.

Блага, инвестированные в текущем периоде, трансформируются в определенный объем благ будущего периода в соответствии с заданной функцией инвестиций $y_1 = C_1 = f(I_0)$. Ее график — кривая отдачи инвестиций — изображен на рис. 1.3, *а*. По мере их увеличения объем получаемых в следующем периоде благ увеличивается с замедлением, что отражает действие закона снижающейся предельной отдачи (r) переменного фактора производства.

На рис. 1.3, *б* кривая отдачи инвестиций изображена в системе координат (y_1, C_0) в виде кривой трансформации текущего потребления в будущее $y_1 = f(y_0 - C_0)$. Если инвестируется весь запас благ текущего периода ($C_0 = 0$), то доход будущего периода достигает максимума; по мере увеличения C_0 уменьшается y_1 так, что при $C_0 = y_0$ из-за отсутствия инвестиций $C_1 = 0$. Наклон касательной к кривой трансформации представляет предельную отдачу инвестиций: насколько возрастет объем благ в первом периоде при отказе от потребления (сбережении и инвестировании) дополнительной единицы блага в нулевом периоде. Инвестиции окупаются, если предельная отдача больше единицы.

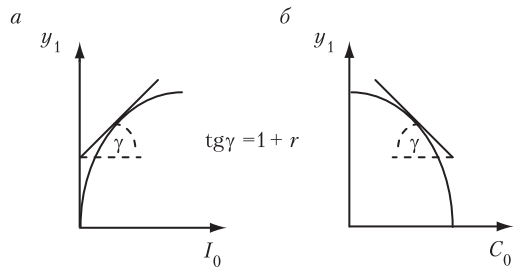

Рис. 1.3. **Кривые отдачи инвестиций**

Чтобы узнать, сколько Робинзон будет инвестировать (какую точку на кривой отдаче инвестиций он выберет), нужно выявить его предпочтения относительно сегодняшних и будущих благ (сегодняшнего и будущего потребления). Одной из гипотез экономической теории является предположение, что рациональный потребитель ценит сегодняшние блага больше будущих таких же благ. Если ему представляется возможность выбрать между сочетаниями $C_0 = 52$, $C_1 = 48$ и $C_0 = 48$, $C_1 = 52$, то он предпочтет первое сочетание. Эквивалентным первому может быть сочетание $C_0 = 48$, $C_1 = 55$; т.е. отказ от возможности потребить сегодня

на 4 ед. больше должен в будущем компенсироваться более чем четырьмя единицами. Предпочтение сегодняшних благ таким же, но доступным в будущем связано как с субъективными, так и с объективными факторами. С одной стороны, текущие потребности представляются более насущными, чем будущие, с другой — технический прогресс рождает надежду на то, что в будущем блага будут более доступны.

Для наглядного представления предпочтений индивида относительно различных сочетаний сегодняшних и будущих благ используется график двухпериодной функции полезности — карта безразличия (рис. 1.4). Наклон касательной к кривой безразличия выражает меру предпочтения сегодняшних благ будущим, так как показывает, сколько единиц блага первого периода можно обменять на единицу блага нулевого периода без изменения благосостояния индивида (оставаясь на данной кривой безразличия). В микроэкономике этот показатель называется предельной нормой замещения (MRS_{C_0, C_1}). Предпочтение нынешних благ будущим выражается в том, что предельная норма замещения больше единицы: $MRS_{C_0,C_1} = 1 + \delta$.

Точка касания кривой отдачи инвестиций с кривой безразличия определяет оптимальный (максимизирующий двухпериодное благосостояние индивида) объем инвестиций; на рис. 1.5 он равен I_0^*. Следовательно, оптимальный объем сбережений (инвестиций) в хозяйстве Робинзона определяется равенством предельной отдачи $\mathrm{tg}\alpha = MRS_{C_0,C_1}$ инвестиций предельной норме предпочтения сегодняшних благ будущим: $r = \delta$.

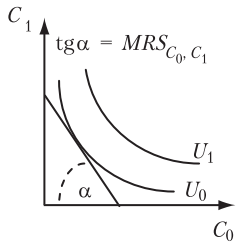

Рис. 1.4. **Карта безразличия**

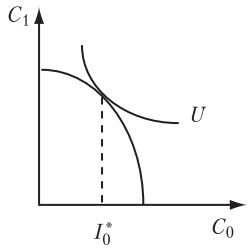

Рис. 1.5. **Оптимум инвестиций**

Поскольку предельная норма предпочтения сегодняшних благ будущим показывает, от какого количества будущих благ индивид согласен отказаться при увеличении его потребления на одно благо в текущем периоде, то она применяется для «приведения» будущих благ к текущему периоду. Для индивида единица будущего блага равна доле

сегодняшнего блага $1/(1 + \delta)$. Эту дробь называют коэффициентом дисконтирования.

Пример 1.1. Индивид в каждом из двух смежных периодов имеет доход, равный 10 ед. Его предпочтения относительно сегодняшнего и будущего потребления отображаются функцией $U = C_0^{0,5} C_1^{0,4}$. В нулевом периоде можно непотребленную часть дохода инвестировать ($I_0 = 10 - C_0$) при отдаче инвестиций $y_1 = 4\sqrt{I_0}$. Стоит ли индивиду в этих условиях сберегать и инвестировать? Формально он должен решить следующую задачу:

$$U = C_0^{0,5} C_1^{0,4} \to \max \in C_1 = 10 + 4\left(10 - C_0\right)^{0,5}.$$

Решим ее, используя функцию Лагранжа

$$\Phi = C_0^{0,5} C_1^{0,4} - \lambda\left[C_1 - 10 - 4\left(10 - C_0\right)^{0,5}\right].$$

Она достигает максимума при

$$\left.\begin{aligned} &1)\ \frac{\partial\Phi}{\partial C_0} = 0,5\frac{C_1^{0,4}}{C_0^{0,5}} - \frac{2\lambda}{\left(10 - C_0\right)^{0,5}} = 0 \\ &2)\ \frac{\partial\Phi}{\partial C_1} = 0,4\frac{C_0^{0,5}}{C_1^{0,6}} - \lambda = 0 \end{aligned}\right\} \to \frac{1,25C_1}{C_0} = \frac{2}{\left(10 - C_0\right)^{0,5}},$$

т.е. при равенстве предельной нормы предпочтения сегодняшних благ будущим предельной отдаче инвестиций ($\delta = r$). Решив это равенство относительно C_1 и подставив результат в бюджетное уравнение, получим $C_0 = 9$; $C_1 = 14$. Следовательно, в нулевом периоде индивид будет сберегать 1 ед., взамен которой он получит в первом году 4 ед.

Графическое решение этой задачи представлено на рис. 1.6; в результате сбережений инвестор повысил благосостояние с $U_0 = 10^{0,5} \cdot 10^{0,4} = 7,94$ до $U_1 = 9^{0,5} \cdot 14^{0,4} = 8,62$.

Поскольку предпочтения индивидов, как правило, различны, то при заданной отдаче инвестиций для каждого индивида существует свой оптимальный объем вложений. Если Робинзон с Пятницей создадут фирму, то вполне вероятно, что им не удастся прийти к единому мнению по вопросу об объеме инвестиций.

Меновое хозяйство. По-иному обстоит дело в общественном хозяйстве, основанном на разделении труда и обращении товаров. В таком

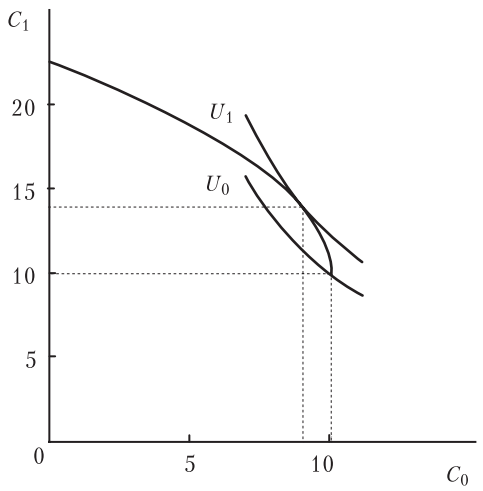

Рис. 1.6. **Максимизация двухпериодного благосостояния**

хозяйстве каждый объем благ эквивалентен определенной сумме денег и кроме товарных рынков существует рынок денег, на котором можно предоставлять и получать кредиты.

Модель Фишера[1]. Примем сначала, что денежный рынок совершенен. Это означает, что:

– каждый участник может ссужать и занимать деньги в любом количестве по единой для всех ставке процента;

– ни ссуда, ни заем не сопровождается транзакционными издержками.

При наличии денежного рынка сбережения можно использовать не только для создания реального капитала, но и для операций на этом рынке: предоставление ссуд, покупка облигаций. Функция инвестиций в финансовые активы имеет вид

$$M_1 = (1+i)\,M_0,$$

где M_0 — денежные вложения в нулевом периоде; M_1 — валовой доход от вложений в первом периоде; i — ставка процента за период. График отдачи финансовых вложений является прямой линией с тангенсом угла наклона, равным $1 + i$. На рис. 1.7 представлены графики обеих функций инвести-

[1] *И. Фишер* (1867–1947) — американский экономист, внесший большой вклад в создание теории денег и процента.

ций при предположении, что цена блага равна единице. Имея в нулевом периоде M_0 денег, инвестор может «двигаться» как по прямой финансовых вложений, так и по дуге реальных инвестиций; в результате его задача осложняется, так как кроме определения объема сбережений нужно решить, куда их инвестировать.

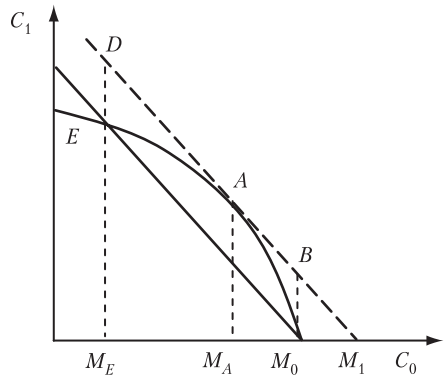

Рис. 1.7. **Объем инвестиций в реальный капитал при наличии совершенного рынка денег**

Для принятия правильного решения нужно к кривой отдачи реальных инвестиций провести касательную, параллельную линии отдачи финансовых вложений. До точки касания отдача реальных вложений превышает отдачу финансовых (наклон дуги превышает наклон прямой), а после — наоборот. Следовательно, оптимальный объем вложений в реальный капитал определяется точкой касания, в которой предельные отдачи реальных и финансовых инвестиций равны друг другу. В представленном на рис. 1.7 случае он соответствует отрезку M_AM_0.

Касательная, параллельная прямой отдачи финансовых инвестиций, является не только инструментом определения оптимального объема реальных инвестиций, но и эффективной областью выбора инвестора, имеющего возможность одновременно делать вложения в реальный капитал и проводить операции на денежном рынке. Это связано с двумя обстоятельствами: с одной стороны, для рационального инвестора любая точка на касательной, кроме точки касания, предпочтительней любой точки на кривой отдачи реальных инвестиций, с другой — каждому индивиду, осуществившему оптимальный объем реальных инвестиций, доступна любая точка на касательной. Поскольку рациональный потребитель предпочитает большее меньшему, то из двух точек M_0 и B он выберет последнюю, так как в нулевом периоде он сможет потреблять столько же, а в первом периоде — больше, чем при нахождении в точке M_0. Перейти из точки M_0 в точку B можно через точку A, так как после инвестирования в реальный капитал суммы, соответствующей отрезку M_AM_0, индивиду нужно занять на финансовом рынке такую же сумму. Это увеличит его потребление в текущем периоде за счет уменьшения потребления в следующем периоде. Аналогично обстоит дело при вы-

боре между сочетаниями текущего и будущего потребления, представленными точками E и D. Любой инвестор выберет точку D; но чтобы в ней оказаться, ему нужно сделать реальные инвестиции в объеме $M_A M_0$, а дополнительные сбережения, соответствующие отрезку $M_E M_A$, отдать взаймы под проценты.

Пример 1.1 *(продолжение)*. Пусть кроме инвестиций в реальный капитал индивид может ссужать и брать взаймы на денежном рынке при $i = 20\%$. Определим, сколько в этих условиях следует инвестировать в реальный капитал (найдем на кривой отдачи инвестиций точку, соответствующую точке A на рис. 1.7) из условия $dy_1/dC_0 = 1{,}2$:

$$\frac{2}{\left(10-C_0\right)^{0,5}} = 1{,}2 \to C_0 = 7{,}2; \quad I = 10 - 7{,}2 = 2{,}8.$$

Такой объем инвестиций позволид индивиду в следующем периоде довести объем потребления до $C_1 = 10 + 4 \cdot 2{,}8^{0,5} = 16{,}7$. Однако в соответствии со своими предпочтениями, отображаемыми функцией полезности, индивид выберет другое сочетание C_0, C_1. Оно определяется из решения задачи: $U = C_0^{0,5} C_1^{0,4} \to \max$ при бюджетном ограничении $C_1 = 25{,}3 - 1{,}2C_0$, которое соответствует уравнению касательной к кривой отдаче инвестиций на рис. 1.7 (точка ее пересечения с осью ординат представляет ценность имущества индивида, приведенную к будущему периоду: $16{,}7 + 7{,}2 \cdot 1{,}2 = 25{,}3$). Решение этой задачи дает следующий результат: $C_0 = 11{,}73$; $C_1 = 11{,}26$.

Таким образом, после осуществления реальных инвестиций в объеме, определяемом равенством друг другу предельных отдач обоих видов вложений, областью выбора инвестора становится прямая линия, касательная к кривой отдаче реальных инвестиций с наклоном $\mathrm{tg} = (1 + i)$. Эта прямая называется *двухпериодной бюджетной линией*. Точка ее касания с одной из кривых безразличия инвестора, как показано на рис. 1.8, определяет его поведение на рынке денег: будет ли он дебитором (U_d), кредитором (U_k) или вообще не выйдет на этот рынок (U_n).

При наличии денежного рынка инвестор максимизирует благосостояние в два этапа. На первом он определяет объем сбережений для реальных инвестиций на основе равенства $r = i$. Поскольку r и i экзогенно заданы, то объем вложений индивида в реальный капитал оказывается независимым от его предпочтений относительно сегодняшнего и будущего потребления. Различия в объемах реальных инвестиций у отдельных индивидов возникают только при неодинаковых размерах их имущества в текущем периоде. На втором этапе индивид сравнивает

объективную (заданную рынком) ставку процента со своей субъективной мерой предпочтения сегодняшних благ будущим. Если $i = \delta$, то инвестор не осуществляет операций на денежном рынке, а все свои сбережения вкладывает в реальный капитал. При $i > \delta$ он увеличивает свои сбережения до тех пор, пока не будет достигнуто равенство $i = \delta$ в результате роста δ по мере снижения текущего потребления; дополнительные сбережения он ссужает на рынке денег. Инвестор, у которого $\delta > i$, сделав тот же объем вложений в реальный капитал, осуществляет заем на рынке финансов, увеличивая текущее потребление до достижения равенства $i = \delta$ в результате снижения δ. Таким образом, наличие денежного рынка позволяет дебиторам и кредиторам повышать свое благосостояние.

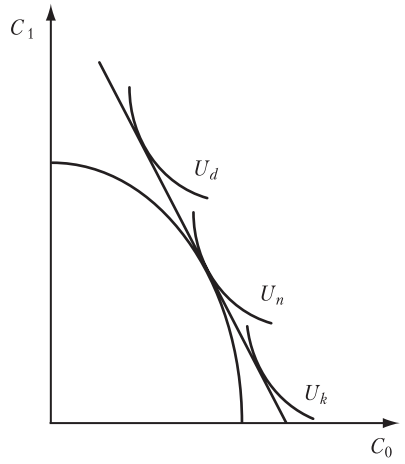

Рис. 1.8. **Типы инвесторов**

Итак, при наличии совершенного денежного рынка оптимальный объем реальных инвестиций определяется без привлечения функции полезности инвестора, т.е. без знания его предпочтения сегодняшних благ будущим. Следовательно, в рассматриваемых условиях проблема максимизации благосостояния инвестора решается отдельно от проблемы оптимизации реальных инвестиций. Этот важный для теории финансов вывод получил название *теоремы сепаратности Фишера*.

Существование совершенного рынка денег имеет и другие последствия.

Поскольку для всех инвесторов максимизация их благосостояния описывается одной и той же прямой выбора (индивидуальные кривые безразличия касаются одной и той же прямой линии), то для всех выполняется равенство $i = \delta$. Это значит, что у всех инвесторов одинаковые предельные нормы предпочтения сегодняшних благ будущим. Так денежный рынок трансформирует индивидуальные субъективные оценки межвременного предпочтения благ в объективную единую для всех оценку, равную $1/(1 + i)$. Поэтому за право получить в следующем периоде некоторое благо, цена которого будет равна P_1, в данный момент никто не заплатит больше $P_1/(1 + i)$.

Посредством объективного коэффициента дисконтирования можно рассчитать, какую максимальную сумму денег сегодня согласятся заплатить инвесторы за поток будущих доходов: $a_1, a_2, \ldots, a_T$, т.е. *сегодняшнюю ценность* (*Present Value — PV*) этого потока:

$$PV = \sum_{t=1}^{T} a_t (1+i)^{-t}.$$

Та ставка процента, которая используется при расчете сегодняшней ценности будущего дохода, называется *калькуляционной ставкой процента*.

Разность между сегодняшней ценностью потока будущих доходов и той суммой денег, которую инвестор за него заплатил (инвестировал), называется *чистой сегодняшней ценностью* (*Net Present Value — NPV*):

$$NPV = \sum_{t=1}^{T} a_t (1+i)^{-t} - I_0,$$

где I_0 — сумма денег, инвестированная в нулевом периоде.

На совершенном рынке денег ставка процента не обязательно постоянна во времени. Если в каждом периоде устанавливается своя ставка i_t, то коэффициент дисконтирования принимает другой вид, и тогда

$$PV = \frac{a_1}{1+i_1} + \frac{a_2}{(1+i_1)(1+i_2)} + \cdots + \frac{a_T}{(1+i_1)(1+i_2)\ldots(1+i_T)}$$

Обратим теперь внимание на то, что при использовании в качестве калькуляционной ставки процента единой для всех ссудной ставки любое сочетание C_0, C_1, соответствующее точкам двухпериодной бюджетной линии, имеет одну и ту же сегодняшнюю ценность, равную значению точки пересечения бюджетной линии с осью абсцисс. Наглядно это показано на рис. 1.9 на примере точки D:

$$PV_{0,D} = C_{0,D} + \frac{C_{1,D}}{1+i} = M_1.$$

Касательная к кривой отдачи реальных инвестиций, проведенная под углом tg = 1 + i, является линией *максимальной* сегодняшней ценности двухпериодного потребления (двухпериодного благосостояния) любого инвестора, имеющего возможность одновременно делать вложения в реальный капитал и проводить операции на совершенном рынке денег.

Отрезок M_0M_1 на рис. 1.9 представляет величину $NPV = PV_0 - I_0$; он показывает, насколько повышается благосостояние инвестора с появлением возможности осуществлять реальные инвестиции.

Следовательно, при наличии совершенного денежного рынка существует объективный, независимый от межвременных предпочтений инвесторов критерий определения оптимального варианта инвестиций — максимум *NPV*.

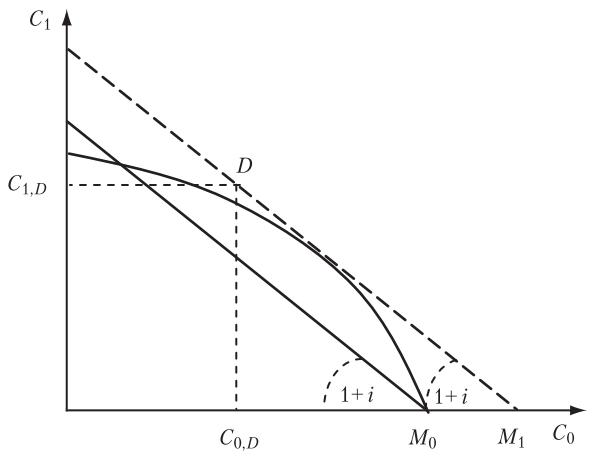

Рис. 1.9. **Максимизация *PV* инвестиций в реальный капитал**

Этот вывод верен и в тех случаях, когда вложения в инвестиционный проект происходят не в одном, а в нескольких периодах, поскольку посредством дисконтирования все они приводятся к нулевому периоду. В таких случаях

$$NPV = \sum_{t=0}^{T} (a_t - I_t)(1+i)^{-t}.$$

Таким образом, при наличии совершенного рынка денег не только субъективная оценка предпочтения индивидами сегодняшних благ будущим приобретает объективную форму, но и субъективная конечная цель инвестора — максимизация своей функции полезности — заменяется объективным критерием — максимизацией чистой сегодняшней ценности инвестиционного проекта. Отсюда следуют два важных вывода для теории корпоративных финансов.

Во-первых, при наличии совершенного рынка денег все акционеры поддержат тот инвестиционный проект фирмы, который обеспечивает максимум *NPV*, так как максимальной будет и сумма, приходящаяся на одну акцию. Те акционеры, которых не устраивает временна́я структура потока будущих поступлений, могут скорректировать ее в соответствии со своими предпочтениями посредством операций на рынке денег.

Во-вторых, для благосостояния акционеров не имеет значения, будет ли фирма для инвестиций привлекать средства за счет выпуска дополнительных акций, кредита или воспользуется собственной прибылью, если доходность инвестиций превышает ставку процента: $r > i$. В первом случае для покупки дополнительных акций акционеры могут взять кредит (M), выигрывая на этой операции $\Delta M(r - i)$. Во втором случае кредит возьмет фирма, и после его возврата с процентами ее нераспределенная прибыль возрастет на величину $\Delta M(r - i)$. В третьем случае акционеры выиграют такую же сумму при финансировании инвестиций за счет прибыли фирмы: их доход возрастет на $r\Delta M$, а альтернативные издержки использования прибыли на денежном рынке равны $i\Delta M$.

Это значит, что при наличии совершенного рынка денег инвестиционную политику фирма может проводить независимо от финансовой политики.

Модель Хиршлейфера[1]. Однако в реальной экономике рынок денег не совершенен. Прежде всего это проявляется в существовании неравных друг другу депозитной (i_h) и ссудной (i_s) ставок процента. На реальном денежном рынке между кредиторами и заемщиками, как правило, существуют финансовые посредники (коммерческие банки, инвестиционные фонды, кредитные общества). Их деятельность существенно повышает эффективность функционирования кредитного рынка, но в то же время порождает издержки. Затраты и прибыль финансовых посредников лежат в основе превышения ссудной ставки процента над депозитной ставкой: $i_s > i_h$. Рассмотрим, как это влияет на поведение рационального инвестора.

На рис. 1.10 ломаная линия *FGH* представляет область выбора инвестора с доходом по 10 ед. благ в обоих периодах при постоянной их цене $P = 1$, имеющего возможность занимать деньги по ставке $i_s = 50\%$ и ссужать по ставке $i_h = 10\%$. (Для сравнения через точку *G* проведена пунктирная прямая, представляющая область выбора при единой ставке $i_s = 30\%$.)

Если индивид в периоде t_0 желает потреблять больше 10 ед., то он выбирает точку на отрезке *GH*, если же он хочет сократить потребление

[1] *Hirschleifer J.* On the Theory of Optimal Investment Decision // Journal of Political Economy. 1958. Vol. 66.

в периоде t_0 ради увеличения потребления в периоде t_1, то он выберет одну из точек на отрезке *FG*.

Когда наряду с операциями на несовершенном денежном рынке индивид может осуществлять инвестиции в реальный капитал, тогда его область выбора расширяется. Для индивида, имеющего в нулевом периоде 10 ед. благ при $i_s = 50\%$, $i_h = 10\%$ и отдаче инвестиций в реальный капитал, соответствующей функции $y_1 = 5(10 - C_0)^{0,5}$, эта область представлена на рис. 1.11 линией *KLMR*, которая образуется в результате проведения двух касательных *FG* и *GH* к кривой отдачи реальных инвестиций с углами наклона $\mathrm{tg}\alpha = i_h$ и $\mathrm{tg}\beta = i_s$.

Каковы бы ни были предпочтения инвестора относительно временно́й структуры чистых поступлений от инвестиций, ему следует делать вложения в реальный капитал в объеме 10 – 7,2 = 2,8 ед., так как при этом $r > i_s$. Те инвесторы, которые желают в нулевом периоде потреблять меньше 7,2, но больше 4,8 ед., будут инвестировать только в реальный капитал; на рынок денег они не выходят. Индивиды, согласные в нулевом периоде потреблять меньше 4,8 ед., будут вкладывать в реальный капитал 10 – 4,8 = 5,2 ед., а дополнительные сбережения — на рынке денег, так как левее точки $Lr < i_h$. Таким образом, при несовершенном рынке денег

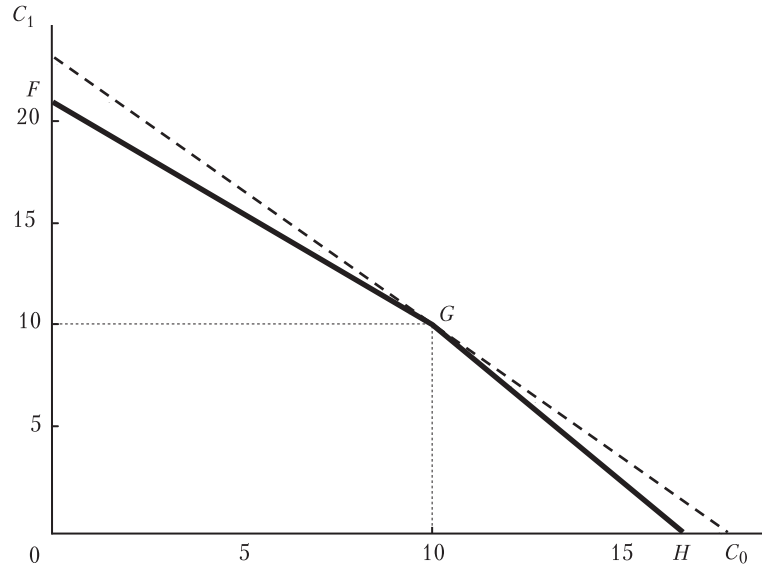

Рис. 1.10. **Область выбора инвестора на несовершенном рынке денег**

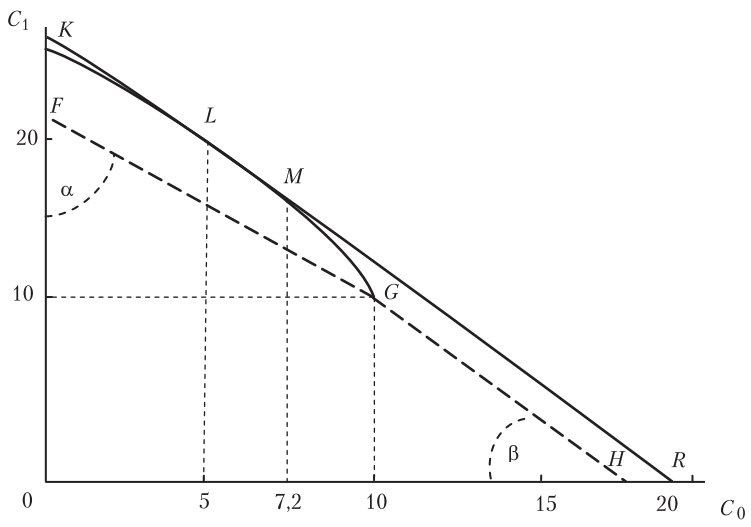

Рис. 1.11. **Область выбора инвестора при инвестировании в реальный капитал и несовершенном рынке денег**

объем сбережений индивида и структура его вложений зависят от его предпочтений (функции полезности), и акционеры могут не прийти к согласию относительно инвестиционной политики фирмы. Однако и в этих условиях все акционеры согласны с тем, что нужно осуществить такие вложения в реальный капитал, у которых $r > i_s$. Следовательно, можно отбирать инвестиционные проекты по максимуму их *PV*, используя в качестве коэффициента дисконтирования $1/(1 + i_s)$.

1.2.2. Учет неопределенности и риска

Неопределенность при принятии инвестиционно-финансовых решений возникает как из-за существующего множества альтернатив, которые может выбирать инвестор, так и из-за неподконтрольного ему состояния внешней среды в момент реализации решения. Например, ожидаемая прибыль от выпуска новой продукции зависит не только от ее качества и технологии изготовления, но и от рыночной конъюнктуры в момент продажи.

Ситуацию неопределенности можно представить в виде матрицы результатов, приведенной в табл. 1.3, где a_{ij} — значение результата при

выборе инвестором альтернативы $i = 1, 2, \ldots, n$ и состояния рынка $j = 1, 2, \ldots, S$.

Простейшим способом учета неопределенности является *анализ чувствительности* значения критериального показателя к изменению определяющих его параметров. Так, можно исследовать, в какой мере величина чистых поступлений (*PV*) от инвестиционного проекта зависит от величины поперiодных поступлений, срока службы объекта инвестирования, калькуляционной ставки процента. Это позволит установить наиболее значимые параметры и уделить особое внимание прогнозированию их ожидаемых значений. Можно также выявить интервал всех возможных значений критериального показателя, рассчитав их при наименее и наиболее благоприятном состоянии внешней среды (оптимистический и пессимистический варианты).

Таблица 1.3

Результат решения инвестора в условиях неопределенности

Альтернативы	Состояние внешней среды			
	1	2	...	*S*
1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1S}
2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2S}
...	...	...	...	...
n	a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nS}

Другим средством уменьшения неопределенности является *гибкое планирование*, специфика которого заключается в том, что мероприятия по реализации инвестиционно-финансовой программы составляются для каждого возможного в будущем состояния внешней среды. Однако при этом в текущем периоде не все необходимые в будущем действия определяются однозначно в надежде на то, что поступающая по мере выполнения программы дополнительная информация позволит принять наиболее адекватное сложившейся обстановке решение. Поскольку гибкое планирование требует больших затрат, то на практике оно не используется в полном объеме.

Четкий алгоритм принятия решений, результаты которых однозначно не определены, разработан для случаев, когда известны не только все возможные состояния внешней среды в каждом периоде срока планирования и соответствующие им значения экономических показателей, но и распределение вероятностей возникновения каждого состояния.

Для оценки вероятности наступления каждого состояния внешней среды (w_j) используются доли единицы, определенные таким образом,

чтобы сумма вероятностей всех состояний равнялась единице. Вероятность наступления некоторых событий можно выявить априорно (например, вероятность появления орла или решки при подбрасывании монеты равна $^1/_2$, а вероятность появления каждой из цифр от 1 до 6 при бросании игральной кости — $^1/_6$) или на основе исторических данных (вероятность возникновения одной, пяти или 10 автомобильных аварий в день в мегаполисе). В отличие от таких объективных вероятностей разработчикам инвестиционно-финансовых программ приходится иметь дело с субъективными показателями вероятности, формируемыми экспертами.

Знание распределения вероятностей всех возможных состояний внешней среды настолько меняет характер неопределенности, что в этом случае говорят о принятии решения в условиях риска. В такой ситуации можно рассчитать среднеарифметическую величину — математическое ожидание (μ) результата, соответствующего каждой альтернативе решений инвестора:

$$\mu_i = \sum_{j=1}^{S} w_j \tilde{a}_{i,j}$$

и определить меру их риска, под которым подразумевается возможность отклонения фактического результата от ожидаемого. В качестве меры риска используется вариация (σ^2) или стандартное отклонение (σ) случайной переменной:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^{S} w_j \left(\mu_i - \tilde{a}_{i,j}\right)^2.$$

Пример 1.2. Имеются два варианта выпуска новой продукции. Ожидаемый прирост прибыли по каждому из вариантов зависит от величины спроса на эту продукцию. С вероятностью 0,3 ожидается большой спрос, 0,5 — средний и 0,2 — маленький. Величина ожидаемой прибыли по каждому варианту при каждой конъюнктуре рынка представлена в табл. 1.4. По ним в двух последних столбцах рассчитаны математическое ожидание и стандартное отклонение.

Таблица 1.4

Ожидаемая величина прибыли

Вариант	Рыночный спрос			μ	σ
	большой	средний	маленький		
1	40	30	20	67	36,7
2	60	30	10	53	25,5

Если индивид равнодушен к риску, то он принимает решение, ориентируясь только на математическое ожидание критериального показателя. В примере 1.2 он выберет вариант 1. Типичный инвестор не склонен рисковать; он воспринимает риск как «антиблаго» (bad) и согласен принять его только за определенную плату (премию). В примере 1.2 не склонный к риску индивид выберет вариант 1 только тогда, когда сочтет разность между прибылью, рассчитанной для вариантов 1 и 2, достаточной компенсацией за принятие более высокого риска.

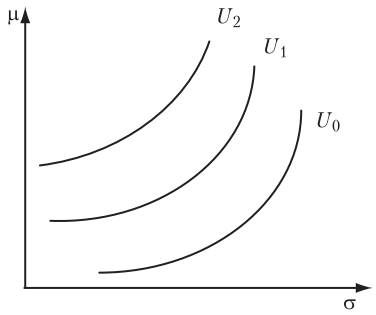

Рис. 1.12. **Карта безразличия типичного инвестора**

В теории принятия решений существуют две фундаментально разработанные концепции: классическая и Д. Бернулли[1]. Они описывают, как индивид формирует единый оценочный показатель на основе положительного отношения к величине математического ожидания и отрицательного отношения к величине риска (вариации). Согласно классическому методу принятия решений индивид может упорядочить свои предпочтения относительно различных сочетаний μ и σ аналогично тому, как он это делает по отношению к любым двум благам, что наглядно представлено в виде карты безразличия (рис. 1.12). Поскольку для не склонного к риску инвестора риск является антиблагом, то кривые безразличия имеют положительный наклон.

Алгебраически предпочтения такого инвестора можно представить функцией полезности $U(\mu, \sigma) = \mu - \psi\sigma^2$, где ψ — параметр, характеризующий степень несклонности к риску индивида. Если для индивида $\psi = 0{,}025$, то в примере 1.2 он выберет вариант 2, а при $\psi = 0{,}015$ — вариант 1.

В концепции Бернулли — Неймана — Моргенштерна индивид тоже принимает решения на основе максимизации своей функции полез-

[1] *Bernoulli D.* Specimen theoriae novae de mensura sortis // Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae. 1738. T. V. P. 175—192. (Русский перевод: *Бернулли Д.* Опыт новой теории жребия // Теория потребительского поведения и спроса. СПб.: Экономическая школа. 1993. С. 28—66.) Лежащие в основе концепции Д. Бернулли аксиомы были сформированы Дж. Нейманом и О. Моргенштерном в 1944 г. в книге «Теория игр и экономическое поведение».

ности, но она отличается от функции, используемой в классической концепции. Посредством функции полезности Бернулли — Неймана — Моргенштерна индивид дает оценку полезности каждому возможному случайному (зависящему от состояния внешней среды) значению интересующего его показателя. В результате матрица ожидаемых результатов (см. табл. 1.3) заменяется матрицей полезности этих результатов, как представлено в табл. 1.5.

Таблица 1.5

Полезность результата решения инвестора в условиях неопределенности

Альтернативы	Состояние внешней среды			
	1 (w_1)	2 (w_2)	...	S (w_S)
1	$U(a_{11})$	$U(a_{12})$	...	$U(a_{1S})$
2	$U(a_{21})$	$U(a_{22})$	...	$U(a_{2S})$
...	...	...	...	...
n	$U(a_{n1})$	$U(a_{n2})$	...	$U(a_{nS})$

Из нее индивид выбирает ту альтернативу, которой соответствует максимальная ожидаемая полезность

$$\sum_{j=1}^{S} w_j U\left(\tilde{a}_{i,j}\right) \to \max.$$

Чтобы выявить функцию полезности индивида в концепции Бернулли — Неймана — Моргенштерна, предложим ему следующий выбор: гарантированно получить 5 ден. ед. или вынуть из урны, в которой находятся белые и черные шары, один из них; за белый шар индивид получит 10 ден. ед., а за черный — 0. Выбор индивида будет зависеть от его отношения к риску и вероятности извлечь из урны белый шар. Не склонный к риску индивид подойдет к урне только в том случае, если в ней будет больше половины белых шаров, т.е. если вероятность извлечения белого шара больше 0,5. Иначе говоря, математическое ожидание рискового дохода должно превышать равнозначный для индивида гарантированный доход; разность между ними есть требуемая не склонным к риску индивидом премия за принятие риска.

Спросим индивида: при какой вероятности извлечения из урны белого шара он признает оба варианта получения дохода равнозначными? Если он скажет, например, при $w = 0{,}7$, то рисковый доход в 5 ден. ед. имеет для него полезность 0,7, т.е. $U(\tilde{5}) = 0{,}9$. Если же индивид признает равнозначными 8 ден. ед. гарантированного дохода и возможность получить 10 ден. ед. с вероятностью 0,9, то $U(\tilde{8}) = 0{,}9$. В соответствии в проводимыми рассуждениями $U(\widetilde{10}) = 1$, а $U(\tilde{0}) = 0$. Если результаты такого опроса индивида представить графически, то получится кривая, изображенная на рис. 1.13. Поскольку предпочтения индивида отображаются кривизной графика, то масштаб по оси ординат можно изменять в любое число раз. Функция полезности Бернулли — Неймана — Моргенштерна линейно-однородна, но предполагает возможность количественного измерения полезности.

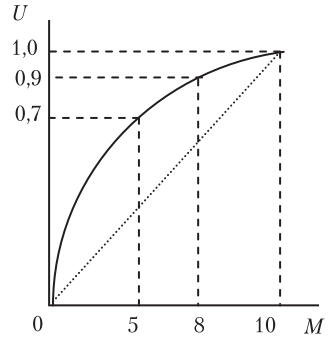

Рис. 1.13. **Функция полезности Бернулли**

Выпуклый вверх график соответствует таким функциям, как $y = ax - bx^2$ при $x < a / 2b$, $y = 1 - 1/e^{cx}$, $y = x^{0,5}$, $y = \ln x$. Чтобы подобрать функцию, наиболее точно отражающую предпочтения экономического субъекта относительно доходности и риска, целесообразно определить некоторые другие (кроме выпуклости) ее свойства, соответствующие действительности. Правдоподобно предположение, что по мере роста благосостояния (имущества) нерасположенность экономического субъекта к риску не увеличивается. Если инвестор, имея 100 ден. ед., распределяет их между государственными облигациями и акциями фирм в пропорции 1 : 1, то при увеличении его сбережений до 150 ден. ед. маловероятно, что они будут распределены между безрисковыми и рисковыми активами в пропорции 0,6 : 0,4; скорей пропорция будет обратная. По мере роста благосостояния индивида его относительная нерасположенность к риску, как правило, не возрастает. Исследования показывают[1], что эту особенность отражают функции $y = x^{0,5}$ и $y = \ln x$. Квадратичная и экспоненциальная функции соответствуют возрастающей нерасположенности к риску, при которой инвестор по мере роста сбережений все большую их долю вкладывает в безрисковые активы.

Полагая, что функция полезности индивида имеет вид $y = x^{0,5}$, преобразуем матрицу ожидаемой прибыли в примере 1.2 в матрицу полезности.

[1] См., например: *Крушвиц Л.* Финансирование и инвестиции. Базовый курс. СПб., 2000. С. 107—109.

Таблица 1.6

Полезность ожидаемой прибыли

Вариант	Рыночный спрос		
	$w = 0{,}3$	$w = 0{,}5$	$w = 0{,}2$
1	6,325	5,477	4,472
2	7,746	5,477	3,162

В соответствии с концепцией Бернулли — Неймана — Моргенштерна индивид выберет вариант 2 производства новой продукции:

$$0{,}3 \cdot 6{,}325 + 0{,}5 \cdot 5{,}477 + 0{,}2 \cdot 4{,}472 = 5{,}53;$$

$$0{,}3 \cdot 7{,}746 + 0{,}5 \cdot 5{,}477 + 0{,}2 \cdot 3{,}162 = 5{,}7.$$

1.3. Рынок финансов

В современной экономике трансформация сбережений в инвестиции осуществляется через рынок финансов. Экономические субъекты, сберегающие часть своего дохода, покупают разного рода финансовые титулы (ценные бумаги), различающиеся по набору прав и обязанностей, возникающих у их собственника. Создают (эмитируют) и продают финансовые титулы юридические лица, которым для поддержания и развития своей экономической активности не достаточно собственных средств.

Эффективность национальной экономики существенно зависит от уровня развития ее финансового рынка. Во многом благодаря хорошо функционирующему рынку финансов США не уступают другим экономически развитым странам по темпам роста, имея по сравнению с ними более низкую норму сбережений.

Современный финансовый рынок в России начал формироваться с начала 1990-х гг., и, несмотря на его быстрое развитие, он еще не выполняет в полной мере своих функций. Основным источником инвестиций российских компаний остаются собственные средства или займы и размещения акций на зарубежных финансовых рынках. Внутренний финансовый рынок испытывает недостаток ликвидности, а значительные объемы сделок с российскими активами осуществляются на зарубежных торговых площадках, куда уходит основная доля акций, находящихся в свободном обращении. В связи с этим 1 июня 2006 г. Правительство

РФ утвердило Стратегию развития отечественного финансового рынка Российской Федерации на 2006—2008 годы:

«Целью настоящей Стратегии является превращение финансового рынка в один из главных механизмов реализации инвестиционных программ корпоративного сектора с одновременным созданием условий для эффективного инвестирования частных накоплений и средств обязательных накопительных систем. Важнейшим условием достижения поставленной цели является формирование благоприятного инвестиционного климата в Российской Федерации, включая установление стабильных правил ведения бизнеса и предсказуемость нормативного регулирования и правоприменения»[1].

Структура. В зависимости от предмета сделок рынок финансов делится на рынки *денег*, *капитала* и *деривативов*. Рынки денег и капитала различаются на основе продолжительности привлечения экономическими субъектами внешних средств для своей деятельности: до одного года их можно получить на рынке денег, а на более продолжительный срок — на рынке капитала. На рынок денег экономические субъекты обращаются для поддержания (выравнивания) своей платежеспособности, а на рынок капитала — за инвестициями. Рынок деривативов сформировался внутри финансового рынка в последней четверти XX в. На нем торгуют не самими финансовыми титулами (базовыми активами), а договорами об операциях с ними в будущем на оговоренных в настоящее время условиях (цена, объем, расчетная валюта и т.п.).

Другой основой структуризации рынка финансов является форма организации торгов. Рынок, на котором эмитент ценной бумаги получает деньги от ее покупателя, называется *первичным рынком*. Если покупатель ценной бумаги захочет продать ее, то он предлагает ее на *вторичном рынке*, на который эмитент не обязан выходить. На вторичном рынке держатели ценных бумаг продают их друг другу; это освобождает эмитента от необходимости выкупать размещенные им ценные бумаги, но при желании он может это делать. Продавцы ценных бумаг на первичном рынке являются инвесторами в реальный капитал, в то время как покупатели на вторичном рынке инвестируют свои сбережения в финансовые активы.

Вторичный рынок ценных бумаг в свою очередь делится на *биржевой* и *внебиржевой*. Биржевая торговля организована по определенным правилам и ведется специалистами — брокерами, которые действуют по поручению и за счет клиентов. Примером внебиржевой торговли

[1] Распоряжение Правительства РФ от 1 июня 2006 г. № 793-р. С. 1.

может служить предоставление услуг коммерческими банками физическим лицам по операциям с ценными бумагами. Преобладающая часть оборота ценных бумаг совершается на биржах. Мировыми лидерами по объему сделок являются Нью-Йоркская, Лондонская, Токийская, Франкфуртская фондовые биржи. В России в настоящее время организованный сектор финансового рынка в основном представляют две биржи: Московская межбанковская валютная биржа (ММВБ) и Российская торговая система (РТС), которые являются универсальными биржами, осуществляющими торги во всех основных сегментах финансового рынка.

Инструменты. Обращающиеся на рынке финансов ценные бумаги (векселя, депозитные сертификаты, закладные, облигации, акции, варранты, депозитарные расписки, фьючерсы, опционы, свопы и др.) служат инструментами финансового менеджмента. Их разнообразие расширяет возможности привлечения сбережений и обеспечивает гибкость инвестиционно-финансовой политики фирм.

Все многообразие базовых финансовых активов делится на две группы в зависимости от того, какой способ привлечения экономическим субъектом внешних средств они представляют — кредит или внешнее капиталовложение.

При использовании кредитного финансирования заемщик эмитирует долговые ценные бумаги, наиболее известной из которых является облигация. Ее покупатель имеет право на гарантированные периодические доходы (проценты) в течение срока обращения облигации и на сумму ее гашения в конце этого срока. В случае банкротства заемщика кредитор имеет преимущественное право на капитал банкрота.

При использовании внешних вложений фирма эмитирует акции и их покупатели становятся сособственниками фирмы. Держатель акции имеет право на участие в распределении чистых доходов фирмы (дивидендов) в течение всего срока ее функционирования и ценности имущества, оставшейся после расчетов с кредиторами, при ликвидации фирмы. В отличие от облигации доход на акцию не гарантируется, а является стохастической величиной; в этом смысле акция — рисковая ценная бумага. Акционер имеет право на получение информации о текущем экономическом положении фирмы и проектах ее развития, а также может участвовать в управлении фирмой посредством решений собрания акционеров.

В настоящее время ассортимент различных финансовых титулов в каждой из двух указанных групп настолько велик, что возникают затруднения при их классификации. Так, существуют привилегированные акции с гарантированным доходом без права голоса на собрании акционеров; но есть и облигации с плавающей ставкой процента, доходность по которым устанавливается, например, по текущей Лондонской межбанковской ставке (London Interbank Offered Rate — LIBOR[1]) плюс 2%.

Основными разновидностями финансовых титулов, обращающихся на рынке деривативов, являются фьючерсы, опционы и свопы. Финансовый фьючерс — это контракт на поставку конкретной ценной бумаги на будущую дату по фиксированной цене. В отличии от фьючерса покупатель опциона имеет право отказаться от исполнения контракта, если к монету его исполнения он покажется ему невыгодным; продавец опциона такого права не имеет. Своп — соглашение о временно́м обмене потоками доходов от финансовых активов с целью снижения рисков и (или) трансакционных издержек.

Наличие на финансовом рынке большого числа финансовых титулов, обеспечивающих гарантированные и негарантированные доходы и наделяющих их владельцев различными правами и обязанностями, позволяет распределять риск между инвесторами в соответствии с их предпочтениями и решать проблемы, возникающие из-за несовершенств финансового рынка в виде асимметричного распределения информации и трансакционных издержек.

Функции. Основная функция финансового рынка, как и других рынков, состоит в выявлении равновесных цен обращающихся на них товаров. Поскольку основной оборот ценных бумаг совершается на хорошо организованных и способствующих конкуренции биржевых рынках, есть основания полагать, что финансовые рынки эффективны, т.е. рыночные цены финансовых титулов складываются в результате обработки всей информации относительно потока ожидаемых от них доходов[2]. При этом рынок не «близорук». В текущей цене акций 20 произвольно вы-

[1] LIBOR — средневзвешенная ставка процента по межбанковским кредитам, предоставляемым банками, участвующими на Лондонском межбанковском рынке. Ставка фиксируется Британской банковской ассоциацией начиная с 1985 г. ежедневно в 11:00 по западноевропейскому времени на основании данных, предоставляемых избранными ею банками.

[2] «Существует 100 тыс. или около того высококвалифицированных профессиональных аналитиков и трейдеров, постоянно работающих на рынке, в то время как основных акций менее 3 тыс. Следовательно, если каждый аналитик исследовал 30 акций (что близко к действительности, поскольку аналитики склонны специализироваться на акциях в определенной отрасли промышленности), в среднем было бы около 1 тыс. аналитиков, изучающих каждую отдельную акцию». *Бригхэм Ю. Ф., Эрхардт М. С.* Финансовый менеджмент. СПб., 2005. С. 439.

бранных компаний из списка «Fortune-500», опубликованного в декабре 1997 г., дисконтированная сумма дивидендов, ожидавшаяся в течение пяти ближайших лет, составляла меньше 10%. Специально проводившиеся исследования также показали, что цена акций положительно реагирует на информацию о реализации новых проектов научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок (НИОКР) и дополнительных капиталовложениях компаний[1].

Специфическими ценами финансового рынка являются цена денег (ставка процента), используемая при приведении разновременных затрат и результатов к определенному моменту времени, и цена риска, позволяющая сопоставлять детерминированную текущую цену финансового актива со стохастической величиной обеспечиваемого им дохода.

На основе рыночных цен финансовых титулов формируются инвестиционно-финансовые программы фирм и принимаются решения об объемах сбережений домашних хозяйств.

Более подробно роль рынка финансов в решении инвестиционно-финансовых задач будет рассмотрена в последующих главах.

1.4. Бухгалтерская и финансовая оценки экономических результатов деятельности фирмы

Для определения экономического результата хозяйствования фирмы за некоторый период используется система бухгалтерского учета. Два главных документа бухучета: Баланс и Отчет о прибылях и убытках — представлены в табл. 1.7 и 1.8.

В Балансе отражаются объем и структура капитала (имущества), имеющегося у фирмы на определенную дату, а Отчет прибылей и убытков показывает, как они меняются в ходе хозяйственной деятельности за отчетный период. При увеличении собственного капитала говорят, что хозяйственная деятельность фирмы прибыльна, а при уменьшении — убыточна. Так, в ОАО «Русские самоцветы» отраженная в Балансе прибыль в 2005 г. равнялась 55,3 млн руб. (разность на конец и начало года по стр. *490*). Она отличается от чистой прибыли в Отчете о прибылях и убытках (стр. *190*) на величину чистых изъятий (взносов) акционеров. По данным, представленным в табл. 1.7 и 1.8, эти изъятия (дивиденды, выкуп акций) в 2005 г. составили 35,8 млн руб.

[1] *Коупленд Т., Коллер Т., Муррин Дж.* Стоимость компании: измерение и управление. М., 1999. С. 100–101.

Таблица 1.7

Баланс на 31 декабря 2005 г. ОАО «Русские самоцветы», тыс. руб.

АКТИВ	Код строки	Начало года	Конец года
I. ВНЕОБОРОТНЫЕ АКТИВЫ			
Нематериальные активы	*110*	10	3
Основные средства	*120*	151 472	157 428
Незавершенное строительство	*130*	142 018	177 683
Долгосрочные финансовые вложения	*140*	2254	1439
ИТОГО по разделу I	*190*	**295 754**	**336 553**
II. ОБОРОТНЫЕ АКТИВЫ			
Запасы	*210*	388 792	400 486
НДС по приобретенным ценностям	*220*	10 803	19 338
Дебиторская задолженность	*240*	85 567	192 138
Денежные средства	*260*	9053	12 313
ИТОГО по разделу II	*290*	**494 215**	**624 275**
БАЛАНС	*300*	**789 969**	**960 828**
ПАССИВ			
III. КАПИТАЛ И РЕЗЕРВЫ			
Уставный капитал	*410*	95 334	95 334
Добавочный капитал	*420*	134 332	133 487
Резервный капитал	*430*	4767	4767
Нераспределенная прибыль	*470*	276 114	332 273
ИТОГО по разделу III	*490*	**510 547**	**565 816**
IV. ДОЛГОСРОЧНЫЕ ПАССИВЫ			
Займы и кредиты	*510*	0	156
ИТОГО по разделу IV	*590*	0	156
V. КРАТКОСРОЧНЫЕ ПАССИВЫ			
Займы и кредиты	*610*	233 301	311 190
Кредиторская задолженность	*620*	43 237	78 610
Задолженность учредителям	*630*	2465	4273
Прочие краткосрочные обязательства	*660*	419	783
ИТОГО по разделу V	*690*	**279 422**	**394 856**
БАЛАНС	*700*	**789 969**	**960 828**

Таблица 1.8

Отчет о прибылях и убытках ОАО «Русские самоцветы» за 2005 г., тыс. руб.

Показатели	Код строки	За год
Доходы и расходы по обычным видам деятельности: выручка от продажи товаров, продукции, работ, услуг (за минусом НДС, акцизов и аналогичных платежей)	*010*	898 052
Себестоимость проданных товаров и услуг	*020*	539 526
Валовая прибыль	*029*	358 526
Коммерческие расходы	*030*	33 596
Управленческие расходы	*040*	145 391
Прибыль (убыток) от продаж	*050*	179 539
Проценты к получению	*060*	36
Проценты к уплате	*070*	36 596
Прочие операционные доходы	*090*	118 633
Прочие операционные расходы	*100*	124 835
Внереализационные доходы	*120*	685
Внереализационные расходы	*130*	15 717
Прибыль (убыток) до налогообложения	*140*	121 745
Текущий налог на прибыль	*150*	30 720
Чистая прибыль (убыток) отчетного периода	*190*	**91 025**

Однако прибыль (убыток) — не тот показатель, который в конечном счете интересует собственников капитала фирмы[1]. При финансовом учете результатов деятельности фирмы исходят из того, что в момент ее создания акционеры (учредители) предоставили фирме капитал в виде определенной суммы денег и ожидают получения доходов от своих вложений тоже в денежной форме. Фирма для ведения хозяйственной деятельности большую часть капитала превращает в производственный (операционный) капитал (здания, оборудование, запасы сырья и материалов), который является лишь средством для повышения благосостояния его собственников. Акционеров интересует не изменение этой части имущества фирмы за период, а его воздействие на их текущие и будущие доходы. Так же обстоит дело с прочими денежными средствами: дебиторскую задолженность и ценные бумаги непосредственно нельзя использовать для выплаты дивидендов. В связи с этим с позиций акционеров экономический результат деятельности фирмы за период представляет собой не прибыль, а прирост наличных денег, доступных для непроизводительного использования, т.е. для распределения между акционерами и кредиторами; он называется свободным денежным потоком (*Free Cash Flow — FCF*).

[1] «Бухгалтерская отчетность о прибылях и убытках в определенном смысле объединяет разнородные вещи («складывает в одну корзину яблоки и апельсины»). Например, бухгалтеры вычитают затраты на оплату труда, представляющие прямой отток денежных средств из доходов, которые вовсе не идентичны притоку денежных средств, поскольку часть реализации осуществляется в кредит. При расчете прибыли не вычитаются расходы по капитальным вложениям, представляющие собой отток денежных средств, зато вычитаются амортизационные отчисления, не затрагивающие денежного потока». *Бригхем Ю., Гапенски Л.* Финансовый менеджмент. Т. 1. СПб., 1997. С. 240.

В англоязычной литературе оценка результата хозяйственной деятельности фирмы с позиций финансового менеджера основывается на концепции Shareholder Value, основоположником которой является А. Раппапорт[1]. Эта концепция оказала большое влияние на финансовый менеджмент, что обусловило, в частности, включение в мировую практику составления бухгалтерской отчетности с конца 1970-х гг. Отчета о движении денежных средств. В нем представляются данные о наличных деньгах фирмы на начало отчетного периода, их поступлении и расходовании в данном периоде и количестве денег на конец периода, которое должно совпадать с суммой, указанной в Бухгалтерском балансе в составе оборотных активов (стр. *260* в табл. 1.7). Фактически Отчет о движении денежных средств является Отчетом о прибылях и убытках, составленным на основе кассового метода. В России данный документ законодательно введен в бухгалтерскую отчетность с 1995 г. и должен отражать движение денежных средств в кассе предприятия, на его расчетном, валютном и прочих счетах в банках.

Расхождения между бухгалтерской и финансовой оценками результатов деятельности фирмы за период возникают по двум причинам.

Одна из них состоит в том, что в заданном промежутке времени изменение величины ценности отдельной части капитала не всегда сопровождается изменением его общей ценности. Теория бухгалтерского учета (счетоведение) пытается отобразить это свойство кругооборота капитала посредством статической и динамической трактовок Баланса фирмы[2].

[1] Обобщением его работ в этой области является книга: *Rappaport A.* Creating Shareholder Value. New York, 1986.

[2] Обстоятельное изложение причин и сути этих трактовок дано в книге: *Соколов Я. В.* Основы теории бухгалтерского учета. М., 2000.

Для выявления источника расхождений в оценке результатов хозяйствования фирмы за период бухгалтером и финансовым менеджером представим Баланс фирмы в сжатом виде (см. табл. 1.7).

Актив:

1) денежные средства (стр. *260*);

2) прочие платежные средства (сумма стр. *220* и *240* минус стр. *620*);

3) производственный капитал, состоящий из основных фондов (стр. *190*) и материальных запасов (стр. *210*).

Пассив:

1) заемный капитал (сумма стр. *590* и *690* минус стр. *620*);

2) акционерный капитал (стр. *490*).

В сжатом виде Баланс «Русских самоцветов» на 31 декабря 2005 г. приведен в табл. 1.9.

Таблица 1.9

Основные статьи Баланса фирмы

АКТИВ, млн руб.		ПАССИВ, млн руб.	
Денежные средства	12,3	Заемный капитал	316,4
Прочие платежные средства	132,9	Акционерный капитал	565,8
Производственный капитал	737		
БАЛАНС	882,2	БАЛАНС	882,2

Введем также систему понятий, отражающую кругооборот капитала и его составных частей.

Если в течение определенного периода в результате хозяйственной деятельности фирмы или изменения экономической конъюнктуры ценность собственного капитала увеличивается, то она имеет *доход*, а если уменьшается — *затраты*. Рост производственного капитала будем называть *вводом*, а его сокращение — *выбытием*. Когда возрастает сумма двух других частей капитала, то фирма имеет *приход*, а при ее снижении — *расход*. И наконец, прирост кассы (денег) происходит за счет *поступлений*, а ее уменьшение — в результате *выплат*. Схематически система перечисленных понятий представлена на рис. 1.14.

Если произведенная и проданная в отчетном периоде продукция оплачивается наличными, то поступления увеличивают кассу фирмы, что при неизменности других частей капитала увеличивает его общий размер; в этом случае поступления равны приходу и соответственно доходу. Если же эта продукция продается в кредит, то возрастают про-

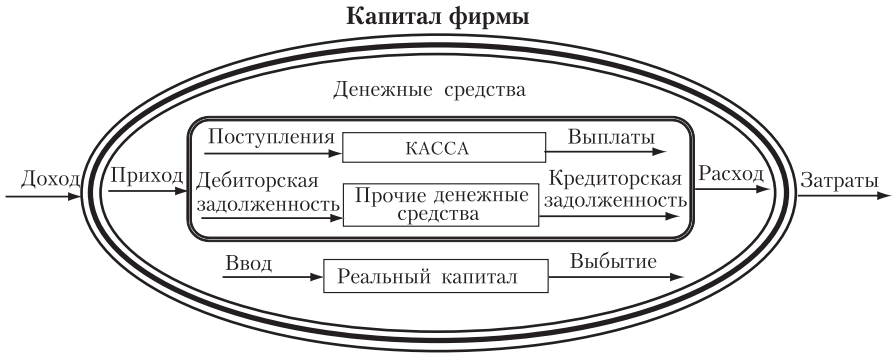

Рис. 1.14. **Система понятий для описания кругооборота капитала фирмы и его частей**

чие денежные средства; в этом случае фирма имеет приход и доход при отсутствии поступлений.

Увеличение задолженности по заработной плате сокращает объем прочих денежных средств, не затрагивая размеры двух других частей акционерного капитала (есть расход и соответственно затраты, но нет выплат). При покупке оборудования за наличный расчет есть выплаты, но нет затрат; эта операция уменьшает кассу и увеличивает ценность реального капитала на одну и ту же величину, сохраняя неизменным общий объем имущества фирмы, т.е. не влияет на текущий доход.

Когда увеличивается ценность принадлежащего фирме земельного участка или ее материальных запасов, тогда возрастает реальный капитал и вместе с ним общий капитал; фирма имеет доход при отсутствии прихода и поступлений.

Другая причина несовпадения финансовой и бухгалтерской оценки результатов деятельности фирмы за период обусловлена различными способами определения ценности трех составных частей капитала: платежных средств, прочих денежных средств и производственного капитала. В финансовом учете не используются нерыночные методы оценки имущества, широко применяющиеся в бухгалтерском учете.

В Бухгалтерском балансе только фонд денежных средств постоянно имеет рыночную оценку, так как ценность измеряется в деньгах (денежный агрегат М1). Балансовая ценность производственного капитала определяется посредством законодательно устанавливаемых норм амортизации и переоценки каждого элемента производственного имущества фирмы. В связи с этим остаточная ценность производственного

капитала, как правило, не совпадает с его рыночной оценкой. Балансовая ценность прочих, кроме кассы, денежных средств тоже не всегда совпадает с их текущей рыночной ценностью. Так, дебиторская задолженность неблагополучной в финансовом отношении фирмы ценится ниже своей номинальной величины. Различие между номинальной и реальной величинами долга возникает также в тех случаях, когда рыночная ставка процента отклоняется от договорной ставки.

Две названные причины лежат в основе количественного несовпадения прибыли и прироста ценности имущества акционеров за отдельный период работы фирмы. Прибыль есть разность между доходом и затратами, каждый из этих показателей имеет четыре составляющие. Доход возникает при: 1) поступлении наличных денег ($R1$); 2) росте дебиторской задолженности ($R2$); 3) вводе производственного капитала ($R3$); 4) увеличении балансовой ценности реального капитала и прочих денежных средств в результате их переоценки ($R4$). Соответственно затраты появляются, когда: 1) факторы производства оплачиваются наличными деньгами ($C1$); 2) растет кредиторская задолженность ($C2$); 3) выбывает реальный капитал ($C3$); 4) уменьшается балансовая ценность производственного капитала и прочих денежных средств в результате их переоценки ($C4$). Поэтому прибыль можно представить следующим образом:

$$\pi = (R1 + R2 + R3 + R4) - (C1 + C2 + C3 + C4).$$

Поступления кассы складываются из трех составляющих: выручка от продажи продукции и проценты по предоставленным кредитам (П1), выручка от продажи оборудования и материалов (П2), погашение дебиторской задолженности наличными деньгами (П3). Им соответствуют три вида выплат: оплата труда и процентов за полученные кредиты (В1), покупка за наличные материалов и оборудования (В2), погашение кредиторской задолженности (В3). Приращение свободного денежного потока есть разность между всеми видами поступлений и выплат:

$$\Delta FCF = \text{П1} + \text{П2} + \text{П3} - \text{В1} - \text{В2} - \text{В3}.$$

Принимая во внимание, что по определению П1 = $R1$ и В1 = $C1$, найдем разность между прибылью и свободным денежным потоком:

$$\pi - FCF = (R2 + R3 + R4 + \text{В2} + \text{В3}) - (C2 + C3 + C4 + \text{П2} + \text{П3}) \equiv \Delta K.$$

Правая часть этого равенства представляет изменение ценности неденежной части имущества фирмы за период. Наглядно это представлено на

рис. 1.15, из которого очевидно, что изменение ценности прочих денежных средств и реального капитала есть результирующая всех входящих и исходящих потоков выделенного пунктиром прямоугольника.

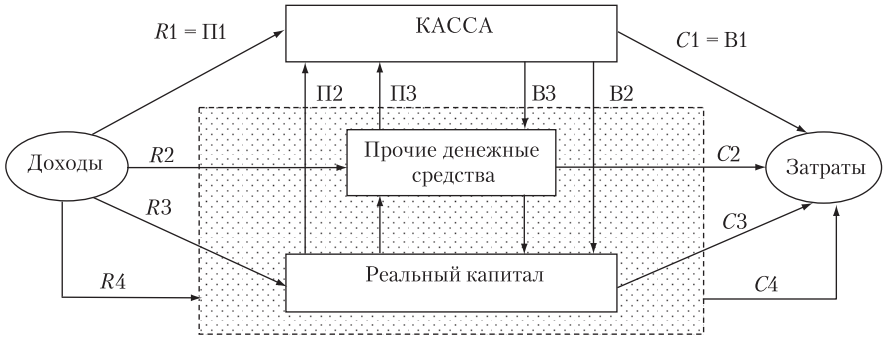

Рис. 1.15. **Схема образования прибыли и финансового сальдо**

Таким образом, в отдельном периоде прибыль может быть больше или меньше свободного денежного потока, что зависит соответственно от снижения или роста ценности неденежной части капитала фирмы: $\pi = FCF + \Delta K$. На этом соотношении базируется косвенный метод составления Отчета о движении денежных средств. К чистой прибыли (прибыли после налогообложения) прибавляются затраты, не связанные с выплатой денег (например, амортизация), и вычитаются доходы, ведущие к увеличению дебиторской или уменьшению кредиторской задолженности (например, выручка от поставленной, но еще не оплаченной продукции).

Пример 1.3. В табл. 1.10 представлены объем и укрупненная структура капитала фирмы на начало месяца.

Таблица 1.10

Структура капитала на начало месяца

Составляющие	Значение, млн руб.
Платежные средства	60
Прочие денежные средства	30
Реальный капитал В том числе: а) материальные запасы; б) основные фонды	120 20 100
ВСЕГО	210

В течение месяца фирма провела следующие операции:

– переработка сырья в готовую продукцию — 10 млн руб.;

– закупка сырья с оплатой наличными — 22 млн руб.;

– оплата труда — 5 млн руб.;

– реализация готовой продукции: а) за наличные — 25 млн руб.; б) в кредит — 20 млн руб.;

– продажа дебиторской задолженности номиналом в 14 млн руб. за 11 млн руб. наличными;

– начисление амортизации на себестоимость реализованной продукции — 9 млн руб.

Кроме этого, из-за подорожания горючесмазочных материалов на 10% возросла ценность материальных запасов, имевшихся на начало месяца за вычетом переработанного сырья.

В результате перечисленных операций структура капитала фирмы изменилась (табл. 1.11).

Таблица 1.11

Изменение структуры капитала (вариант 1), млн руб.

Составляющие	На 01.01	Изменения	На 01.02	*FCF*	π
Денежные средства	60	60 + 25 + 11 – (22 + 5)	69	9	
Прочие платежные средства	30	30 + 20 – 14	36		
Реальный капитал В том числе: а) запасы; б) основные фонды	120 20 100	 (20 – 10) · 1,1 + 22 100 – 9	124 33 91		
ВСЕГО	210		229		19

Если бы фирма закупила сырья только на 10 млн руб., то приращение кассы превысило бы прибыль (табл. 1.12).

Таблица 1.12

Изменение структуры капитала (вариант 2), млн руб.

Составляющие	На 01.01	Изменения	На 01.02	*FCF*	π
Денежные средства	60	60 + 25 + 11 – (10 + 5)	81	21	
Прочие платежные средства	30	30 + 20 – 14	36		
Реальный капитал В том числе: а) запасы; б) основные фонды	120 20 100	 (20 – 10) · 1,1 + 10 100 – 9	112 21 91		
ВСЕГО	210		229		19

Поскольку к концу срока существования фирмы весь капитал трансформируется в денежный доход собственников капитала (завершается

кругооборот деньги — товар — деньги), то за все время ее функционирования сумма прибылей равна сумме свободных денежных потоков[1]. Но так как для акционеров денежная сумма одного периода не равна денежной сумме другого периода, то они максимизируют дисконтированную сумму *FCF*. Однако *FCF* тоже не может служить показателем финансового результата работы фирмы в отчетном периоде. Менеджеры легко могут увеличить его, отложив запланированные инвестиции на более поздний срок. В примере 1.3 это проиллюстрировано в табл. 1.11 и 1.12: уменьшение прироста материальных запасов увеличивает *FCF*. Финансовый результат функционирования фирмы за период представляет *экономическая* прибыль.

Экономическая прибыль меньше бухгалтерской прибыли на величину альтернативных затрат, возникающих в связи с использованием неденежной части капитала фирмы при производстве ее продукции. Альтернативные затраты представляют «упущенную выгоду», т.е. тот доход, который можно было бы получить при альтернативном применении инвестированного фирмой капитала[2].

Оказывается, что дисконтированная сумма экономической прибыли за срок существования фирмы равна дисконтированной сумме свободных денежных потоков за этот же срок[3]. В немецкой экономической литературе этот вывод называют «теорема Люкке» по имени немецкого экономиста

---

[1] Формальное доказательство:

$$\pi_t = FCF_t + K_t - K_{t-1} \Rightarrow K_t = K_{t-1} + \pi_t - FCF_t = \sum_{t=1}^{T} (\pi_t - FCF_t).$$

Так как при закрытии фирмы капитал ликвидируется, то $K_T = 0$.

$$K_T = \sum_{t=1}^{T} (\pi_t - FCF_t) = 0 \Rightarrow \sum_{t=1}^{T} \pi_t = \sum_{t=1}^{T} FCF_t.$$

[2] В современной англоязычной литературе экономическую прибыль называют *Economic Value Added* (*EVA*). «Экономическая добавленная стоимость (*EVA*) становится все более и более широко применяемым менеджерами европейских компаний инструментом, позволяющим нацеливать корпоративные задачи и процесс принятия решений на интересы акционеров. Экономисты узнают в этом «новом» подходе не что иное, нежели экономическую прибыль, описанную более столетия назад Альфредом Маршаллом». *Бертонеш М., Найт Р.* Управление денежными потоками. СПб., 2003. С. 142. Величина *EVA* рассчитывается путем вычитания из прибыли после уплаты налогов произведения операционного капитала на среднюю его стоимость, выраженную в процентах: $EVA = NOPAT - K \cdot WACC$. См.: *Бригхэм Ю., Эрхардт М.* Финансовый менеджмент. СПб., 2005. С. 153.

[3] См. доказательство в Математическом приложении к данной главе.

В. Люкке[1], доказавшего ее в 1955 г. Из этой теоремы следует, что ориентация хозяйственной деятельности фирмы на максимизацию дисконтированного потока экономической прибыли обеспечивает достижение конечной цели акционеров.

Таким образом, при проведении инвестиционно-финансовых расчетов в качестве показателя результатов деятельности фирмы за период можно использовать как свободный денежный поток, так и экономическую прибыль, которая точнее отражает финансовый результат работы фирмы за период. Этот вывод содержится также в концепции затрат обратной связи, разработанной русским экономистом В. В. Новожиловым[2].

Пример 1.4. Создание и пятилетнее функционирование фирмы обусловливают денежные выплаты и бухгалтерские затраты на оборудование, сырье, ремонт и заработную плату, представленные в табл. 1.13.

В целях упрощения предполагается, что: 1) все операции проводятся в конце периода; 2) фирма ежегодно выпускает одинаковый объем продукции, обеспечивающий выручку 2100 ден. ед.; поэтому денежные выплаты равномерно списываются на затраты. В ст. *12* представлена сумма связанного в производстве капитала в каждом году срока функционирования фирмы, а в ст. *13* — альтернативные затраты при предположении, что при альтернативном его использовании он обеспечивает доходность 10%.

Чтобы показать, как рассчитывается сумма связанного в производстве капитала, определим ее, например, в третьем периоде. К его началу из 5000 ден. ед. основного капитала обернулись (вернулись через амортизацию и выручку) 2000 ден. ед.; следовательно, в производстве находятся 3000 ден. ед. Аналогично, из 1200 ден. ед., израсходованных в конце нулевого периода на создание материальных запасов, обернулось 800 ден. ед., а осталось в производстве 400 ден. ед. В конце второго периода было выплачено 600 ден. ед. для ремонта оборудования. В то же время в первом и втором периодах посредством авансового списания расходов на ремонт фирма получила 320 ден. ед.

Таким образом, в течение третьего периода связанный в производстве капитал составлял 3000 + 400 + 600 – 320 = 3680 ден. ед. Столбцы *15* и *16* иллюстрируют теорему Люкке. Дисконтированная сумма *FCF* равна дисконтированной сумме экономической прибыли, а дисконтированная сумма бухгалтерской прибыли намного выше.

[1] *Lücke W.* Investitionsrechnung auf der Grundlage von Ausgaben oder Kosten? Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung. 1955. Heft 7. C. 310—324.

[2] *Новожилов. В. В.* Проблемы измерения затрат и результатов при оптимальном планировании. М., 1967. С. 117—179.

Таблица 1.13

Показатели деятельности фирмы, ден. ед.

t	Оборудование		Сырье и материалы		Ремонт		Зарплата
	выплаты	амортизация (затраты)	выплаты	списание (затраты)	выплаты	списание (затраты)	выплаты (затраты)
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
0	5000	–	1200	–	–	–	–
1	–	1000	–	400	–	160	100
2	–	1000	–	400	600	160	100
3	–	1000	800	400	–	160	100
4	–	1000	–	400	200	160	100
5	–	1000	–	400	–	160	100
Всего	5000	5000	2000	2000	800	800	500

Продолжение табл. 1.13

t	Выручка	π	*FCF*	*K*	*iK*	π – *iK*	Дисконтированные	
							FCF	π – *iK*
1	*9*	*10 = 9 – 3 – 5 – 7 – 8*	*11 = 9 – 2 – 4 – 6 – 8*	*12*	*13*	*14 = 10 – 13*	*15*	*16*
0	–	–	– 6200	–		–	–6200	–
1	2100	440	2000	6200	620	–180	1818	–164
2	2100	440	1400	4640	464	–24	1157	–19
3	2100	440	1200	3680	368	72	902	54
4	2100	440	1800	2920	292	148	1229	101
5	2100	440	2000	1560	156	284	1242	176
Всего	10 500	2200	2200				148	148

Краткие выводы

Теория корпоративных финансов – это научная основа управления финансами предприятия (фирмы). Предметом ее изучения являются входящие и исходящие денежные потоки, сопровождающие производственную деятельность фирмы. Конечная цель финансового менеджмента фирмы — способствовать росту благосостояния акционеров. Для ее достижения наряду с поддержанием постоянной платежеспособности фирмы необходимо осуществлять эффективную инвестиционно-финансовую деятельность, т.е. отбирать инвестиционные проекты с наибольшей отдачей и находить наиболее выгодные варианты их финансирования.

Методологической основой современной теории корпоративных финансов являются постулаты и инструменты анализа неоклассической экономической теории, дополненные основными результатами неоинституционального исследования несовершенств рыночного механизма. При разработке инвестиционно-финансовых программ приходится решать две задачи: 1) сопоставлять разновременные затраты и результаты; 2) учитывать стохастический характер ожидаемых результатов. Первая из этих задач решается посредством дисконтирования на основе калькуляционной ставки процента, в качестве которой при наличии рынка денег выступает ссудная ставка процента. Наличие совершенного рынка денег позволяет принимать оптимальное инвестиционное решение независимо от источников финансирования инвестиций и межвременных потребительских предпочтений индивида. Для решения второй задачи привлекается специфический инструмент экономического анализа — функция полезности, выражающая отношение индивида к сочетанию доход — риск.

В современной экономике для превращения сбережений в инвестиции необходим рынок финансов. Экономические субъекты осуществляют сбережения посредством покупки различных ценных бумаг, которые продаются на рынке финансов фирмами, не имеющими достаточно собственных средств для реализации инвестиционных программ. Многообразие ассортимента обращающихся на рынке финансовых титулов и развитая структура финансового рынка способствуют согласованию многогранных экономических интересов хозяйствующих субъектов, выступающих в качестве покупателей и продавцов. Эффективное функционирование рынка финансов — один из решающих факторов роста национальной экономики.

Для реализации конечной цели финансового менеджмента — формирования наиболее благоприятного для акционеров потока доходов в

за время существование фирмы — нужно учитывать, что поперiодные составляющие этого потока не совпадают с бухгалтерской прибылью. Показателем прироста благосостояния акционеров в результате функционирования фирмы в течение периода является чистый денежный поток, но финансовый результат точнее представляет экономическая прибыль. Она меньше бухгалтерской прибыли на величину альтернативных издержек используемого фирмой капитала.

Математическое приложение

Экономическая прибыль в периоде t

$$\pi_t - iK_{t-1} = FCF_t + K_t - K_{t-1} - iK_{t-1}.$$

Дисконтированная сумма экономической прибыли

$$\sum_{t=1}^{T}\left[FCF_t + K_t - (1+i)K_{t-1}\right](1+i)^{-t} =$$
$$= \sum_{t=1}^{T} FCF_t\,(1+i)^{-t} + \sum_{t=1}^{T} K_t\,(1+i)^{-t} - \sum_{t=1}^{T+1} K_{t-1}\,(1+i)^{1-t}.$$

Так как $K_T = 0$, то

$$\sum_{t=1}^{T+1} K_{t-1}\,(1+i)^{1-t} = \sum_{t=0}^{T} K_{t-1}\,(1+i)^{-t}.$$

Поэтому

$$\sum_{t=1}^{T}\left[FCF_t + K_t - (1+i)K_{t-1}\right](1+i)^{-t} = \sum_{t=1}^{T} FCF_t\,(1+i)^{-t} - K_0.$$

Поскольку в момент основания фирмы капитал равен взносам акционеров, то $K_0 = FCF_0$. Следовательно, дисконтированная сумма экономических прибылей за период функционирования фирмы равна

$$\sum_{t=0}^{T} FCF_t\,(1+i)^{-t}.$$

Литература

1. *Боди З., Мертон Р.* Финансы. М., 2005. Гл. 1. Что такое финансы.

2. *Брейли Р., Майерс С.* Принципы корпоративных финансов. М., 2005. Гл. 1. Почему финансы так важны?

3. *Пайк Р., Нил Б.* Корпоративные финансы и инвестирование. СПб., 2006. Гл. 2. Финансовая среда.

4. *Синнамон Р., Брайан Х.-Л.* Почему вы не понимаете своего бухгалтера? М., 2003.

5. *Хорн Дж.* Основы управления финансами. М., 1996. Гл. 1. Значение финансового менеджмента. Гл. 3. Финансовая система.

6. *Юджин Ф. Бригхэм, Майкл С. Эрхардт.* Финансовый менеджмент. СПб., 2005. Гл. 5. Финансовая среда: рынки, учреждения и процентные ставки.

7. *Экклз Р., Герц Р., Киган Э., Филлипс Д.* Революция в корпоративной отчетности: как разговаривать с рынком капитала на языке стоимости, а не прибыли. М., 2002.

8. *Этрилл П.* Финансовый менеджмент для неспециалистов. М., 2006. Гл. 10. Измерение и управление ценностью бизнеса для акционеров.

Глава 2

Инвестиционные решения при отсутствии неопределенности

В этой главе будем полагать, что ожидаемые инвесторами в связи с осуществлением инвестиционо-финансовых мероприятий поступления и выплаты достоверно известны или определены однозначно. В параграфе 2.1 предполагается также наличие совершенного рынка денег.

2.1. Автономные инвестиционные решения

Как было установлено в параграфе 1.2, при наличии совершенного рынка денег в соответствии с теоремой сепаратности Фишера инвестиционные решения можно принимать по критерию максимизации *NPV* независимо от источников финансирования.

2.1.1. Единичная одноразовая инвестиция

Наиболее простым видом инвестиционного решения в принятых условиях является определение судьбы отдельного инвестиционного проекта с заданным сроком его эксплуатации (T). В данном случае нужно ответить на вопрос: стоит ли в текущем периоде (t_0) вкладывать некую сумму денег (I_0) для проведения определенного организационно-производственного мероприятия, реализация которого в последующие периоды обеспечит поток чистых поступлений в размере $a_1, a_2, \ldots, a_T$? Под чистыми поступлениями подразумевается приращение прибыли фирмы вследствие реализации инвестиционного проекта за вычетом налогов и реинвестируемой части прибыли. Из проведенного в параграфе 1.2 анализа следует, что благосостояние инвестора повысится, если

сегодняшняя ценность потока чистых поступлений превышает объем инвестиций. При одинаковых попериодных поступлениях их *PV* можно рассчитать по формуле суммы *T* членов геометрической прогрессии[1]:

$$PV = a\sum_{t=1}^{T}\frac{1}{(1+i)^t} = \frac{(1+i)^T - 1}{i(1+i)^T}a. \qquad (2.1)$$

Поток доходов, состоящий из одинаковых по величине и поступающих через равные промежутки времени платежей в течение *T* периодов, называется *аннуитетом* срока *T*. Величина *PV* аннуитета с бесконечно длительным сроком равна:

$$PV = \sum_{t=1}^{\infty}\frac{a}{(1+i)^t} = \frac{a}{i}. \qquad (2.2)$$

По этой формуле определяется цена земли или облигации с купонным доходом и неограниченным сроком обращения.

Каждой денежной сумме нулевого периода можно найти эквивалентный ей аннуитет с любым сроком службы. Для этого данную сумму нужно умножить на величину, обратную сомножителю при *a* в правой части равенства (2.1); назовем ее аннуитетным коэффициентом

$$\xi(T) = \frac{i(1+i)^T}{(1+i)^T - 1}. \qquad (2.3)$$

В связи с этим для расчета *NPV* инвестиционного проекта можно использовать как *PV*, так и эквивалентный ей аннуитет:

$$NPV = PV - I_0 = a\xi(T) - I_0.$$

Пример 2.1. В результате маркетинговых исследований было установлено, что осуществленные в текущем году затраты на обновление упаковки продукции в размере 200 ден. ед. увеличат в последующие пять лет чистые поступления по годам соответственно на 80; 110; 65; 40 и 20 ден. ед.; калькуляционная ставка процента $i = 0{,}08$. Величина *NPV* рассматриваемого проекта составит

$$\frac{80}{1{,}08} + \frac{110}{1{,}08^2} + \frac{65}{1{,}08^3} + \frac{40}{1{,}08^4} + \frac{20}{1{,}08^5} - 200 = 63.$$

[1] $S_T = (a_1 - qa_T)/(1 - q)$. Поскольку в рассматриваемом случае $a_1 = q = 1/(1+i)$, то получаем выражение (2.1).

Определим эквивалентные данному проекту пятилетний (a_1) и восьмилетний (a_2) аннуитеты:

$$a_1 = 263\frac{1{,}08^5 - 1}{0{,}08 \cdot 1{,}08^5} = 65{,}75.$$

$$a_2 = 263\frac{1{,}08^8 - 1}{0{,}08 \cdot 1{,}08^8} = 45{,}76.$$

Представление инвестиционного проекта эквивалентным ему аннуитетом часто используется при анализе проблем инвестиционно-финансовой деятельности.

Другой специфической характеристикой инвестиционного проекта является его внутренняя доходность (*Internal Rate of Return — IRR*). *IRR* — это такая ставка процента, при которой оцениваемый проект можно осуществить за счет кредита и в конце срока эксплуатации объекта остаться при своих. Иначе говоря, если при расчете *NPV* инвестиционного проекта вместо ставки процента использовать *IRR*, то получим нуль:

$$\sum_{t=1}^{T}\frac{a_t}{(1+IRR)^t} - I_0 = 0.$$

Из этого равенства рассчитывается величина *IRR*. (В примере 2.1 $IRR = 22{,}2\%$.) Легко заметить, что при $i < IRR$ имеем положительную *NPV*, а при $i > IRR$ — отрицательную. Изменение *NPV* проекта по обновлению упаковки в примере 2.1 по мере роста ставки процента представлено на рис. 2.1.

Следовательно, принять решение относительно однократного вложения сбережений можно и на основе сопоставления *IRR* этого проекта с рыночной ставкой процента: если $i < IRR$ следует инвестировать, при $i > IRR$ нет.

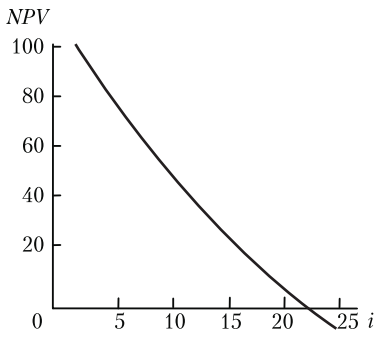

Рис. 2.1. **Зависимость *NPV* от ставки процента**

Выявить экономическую целесообразность осуществления одноразовых инвестиций в реальный капитал можно также в результате сопоставления планируемого срока эксплуатации объекта инвестирова-

ния с минимальным сроком его окупаемости — промежутком времени, за который дисконтированная сумма чистых поступлений становится равной сумме инвестиций. Минимальный срок окупаемости (θ) определяется из следующего равенства:

$$I_0 = \sum_{t=1}^{\theta} a_t (1+i)^{-t}.$$

Поскольку *NPV* проекта становится положительной величиной только по истечении минимального срока окупаемости, то при $\theta < T$ инвестиция выгодна, а при $\theta > T$ нет. В примере 2.1 вложения в обновление упаковки окупаются менее чем за три периода:

$$\frac{80}{1{,}08} + \frac{110}{1{,}08^2} + \frac{65}{1{,}08^3} = 220.$$

Таким образом, определить, выгодно ли единовременное одноразовое вложение в инвестиционный проект с заданным сроком эксплуатации, можно на основе любого из рассмотренных его показателей: *NPV*, аннуитета, *IRR*, θ. Однако обратим внимание на то, что в отличие от *NPV* и аннуитета внутренняя доходность и минимальный срок окупаемости инвестиционного проекта не показывают, на сколько меняется благосостояние инвестора в результате вложения в реальный капитал. Поэтому не следует ориентироваться на них в тех случаях, когда необходимо выбирать один или несколько вариантов инвестирования из множества возможных.

Пример 2.2. Существует возможность инвестировать 200 ден. ед. в один из двух проектов, представленных в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Варианты инвестирования

Проект	I_0	a_1	a_2
I	– 200	0	265
II	– 200	232	40

Величина *IRR* проекта I равна 15,1%, а проекта II — 16%. Но по этим данным нельзя заключить, что проект II выгодней. Если, например, калькуляционная (рыночная) ставка процента равна 8%, то $NPV_{\mathrm{I}} = 27{,}2$, а $NPV_{\mathrm{II}} = 14{,}8$. Из рис. 2.2 следует, что проект II будет выгодней проекта I только при $i > 14{,}2\%$.

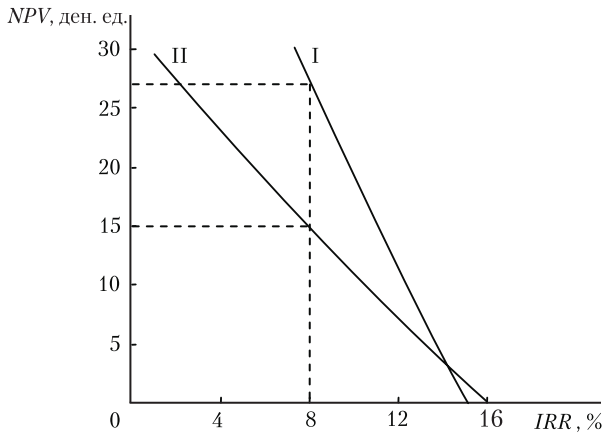

Рис. 2.2. ***IRR*** **альтернативных проектов**

2.1.2. Выбор одного из множества эффективных проектов

Даже при наличии совершенного денежного рынка, предоставляющего неограниченные возможности заимствования по фиксированной ставке, часто возникает необходимость выбирать один из множества эффективных (с $NPV > 0$) вариантов реализации хозяйственного мероприятия: земельный участок пригоден для выращивания разнообразных сельскохозяйственных культур, выпаса скота или посадки сада; для производства заданного объема продукции существует много технологий, различающихся сочетанием труда и капитала; оборудование можно использовать до конца его физического срока службы или заменять через разные меньшие промежутки времени.

Во всех подобных случаях инвестор максимизирует свое благосостояние, если выберет вариант с наибольшей величиной *NPV* или аннуитета независимо от различий проектов по объемам инвестирования и срокам их эксплуатации. Сопоставимость проектов обеспечивается возможностью осуществлять на совершенном денежном рынке инвестиционно-финансовые операции с нулевым *NPV*.

Пример 2.3. При рыночной ставке процента $i = 8\%$ инвестору нужно отобрать один из приведенных в табл. 2.2 проектов вложений в реальный капитал.

Таблица 2.2

Варианты инвестирования

Проект	I_0	a_1	a_2	a_3	a_4
I	–90	40	30	25	25
II	–100	50	40	25	10
III	–100	90	20	10	–

На первый взгляд представленные проекты несопоставимы: в проекте I вложений на 10 ед. меньше, чем в каждом из двух других, а проект III функционирует только три периода, а не четыре, как два других. Однако при наличии совершенного рынка денег отмеченные различия не имеют значения. Мы можем дополнить проект I ссудой в 10 ден. ед. под сложные проценты на четыре периода, и тогда он примет следующий вид: –100; 40; 30; 25; $(25 + 10 \cdot 1{,}08^4)$. Дополненный проект I имеет ту же *NPV*, что и исходный, но сопоставим с проектом II. Аналогично поступаем с проектом III. Если поступления в третьем периоде не потреблять, а предоставить в ссуду на один период, то получим проект, сопоставимый с вариантом II: –100; 90; 20; 0; $(10 \cdot 1{,}08)$, имеющий одинаковую *NPV* с исходным проектом III. На этом основании определяем *NPV* каждого проекта, не обращая внимания на их различия:

$$\frac{40}{1{,}08}+\frac{30}{1{,}08^2}+\frac{25}{1{,}08^3}+\frac{25}{1{,}08^4}-90=11;$$

$$\frac{50}{1{,}08}+\frac{40}{1{,}08^2}+\frac{25}{1{,}08^3}+\frac{10}{1{,}08^4}-100=7{,}8;$$

$$\frac{90}{1{,}08}+\frac{20}{1{,}08^2}+\frac{10}{1{,}08^3}-100=8{,}4,$$

и по результатам расчета выбираем проект I, имеющий наибольшую *NPV*, а следовательно, и наибольший аннуитет.

Не следует искать оптимальный инвестиционный проект в множестве альтернатив на основе сопоставления их внутренних доходностей или минимальных сроков окупаемости, так как эти показатели не отражают абсолютное изменение благосостояния инвестора в результате осуществления инвестиций. В примере 2.3 $IRR_{\mathrm{I}} = 13{,}9\%$; $IRR_{\mathrm{II}} = 12{,}4\%$, $IRR_{\mathrm{III}} = 15\%$. У всех проектов внутренняя доходность превышает рыночную ставку процента; следовательно, все они имеют положительную *NPV*. Но какой из них наилучший, определить на основе *IRR* невозможно. Так же обстоит дело с минимальными сроками окупаемости: быстрее всех, менее чем за два периода, окупается проект III; для проекта II требуется более двух периодов; проект I окупает себя только в четвертом периоде.

2.1.3. Экономический срок эксплуатации техники

Рассмотрим особую разновидность выбора наилучшего из множества существующих вариантов инвестирования в реальный капитал при определении экономически целесообразного срока использования проектируемого объекта при одноразовом его применении и оптимального момента замены старого оборудования новым, таким же или более совершенным, для продолжения производства в течение неограниченного времени.

Однократное применение техники. До сих пор предполагалось, что срок эксплуатации объекта инвестирования задан экзогенно, и по его истечении фирма ликвидируется. Оставшиеся в конце этого срока основные фонды продаются, если они имеют какую-либо рыночную цену, и вырученная от продажи сумма денег учитывается в поступлениях последнего периода *T*. Но как определить экономический срок эксплуатации, который, как правило, не совпадает с физическим сроком службы объекта? Этот вопрос возникает и в тех случаях, когда объект инвестирования планируется использовать только один раз. Для ответа на него кроме потока чистых поступлений нужно знать, за сколько можно продать применяемое оборудование в конце каждого периода, т.е. его остаточную (ликвидационную) цену (L_t). Тогда объект инвестирования предстает уже не в виде одного потока выплат и поступлений, а в виде множества, состоящего из *T* таких потоков (табл. 2.3).

Таблица 2.3

Множество выбора экономически целесообразного срока эксплуатации техники

Вариант	Период (t)					
	0	1	2	3	...	T
I	$-I_0$	a_1+L_1				
II	$-I_0$	a_1	a_2+L_2			
III	$-I_0$	a_1	a_2	a_3+L_3		
...	...	...	...	...	...	
T	$-I_0$	a_1	a_2	a_3	...	a_T+L_T

Из этого множества нужно выбрать вариант с наибольшим *NPV*.

Пример 2.4. При рыночной ставке процента $i = 8\%$ и $I_0 = 400$ ден. ед. нужно определить оптимальный срок эксплуатации объекта инвестирования с физическим сроком службы восемь лет, характеризующегося экономическими параметрами, представленными в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Показатели инвестиционных проектов

Показатели	Период (t)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
a_t	100	90	80	70	60	50	40	30
L_t	340	280	250	200	150	120	80	50

Следовательно, имеются восемь представленных в табл. 2.5 инвестиционных проектов, различающихся сроками эксплуатации.

Таблица 2.5

Показатели инвестиционных проектов

Проект	Период (t)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	*NPV*
I	– 400	440								7,4
II	– 400	100	370							9,8
III	– 400	100	90	330						31,7
IV	– 400	100	90	80	270					31,7
V	– 400	100	90	80	70	210				27,6
VI	– 400	100	90	80	70	60	170			**32,7**
VII	– 400	100	90	80	70	60	50	120		27,1
VIII	– 400	100	90	80	70	60	50	40	80	23,6

Поскольку максимум *NPV* у проекта VI, то оптимальный срок эксплуатации объекта составит шесть лет.

Обратим внимание на то, что приращение *NPV* вследствие удлинения срока эксплуатации объекта на один период равно разности между приведенными к нулевому периоду поступлениями в периоде T и остаточной ценностью в периоде $(T - 1)$:

$$\Delta NPV = \frac{a_T + L_T}{(1+i)^T} - \frac{L_{T-1}}{(1+i)^{T-1}} = \frac{a_T + L_T - (1+i)\,L_{T-1}}{(1+i)^T}.$$

Следовательно, *NPV* объекта инвестирования увеличивается по мере удлинения срока его эксплуатации, если числитель правой части равенства больше нуля, т.е. если поступления в последнем периоде превышают альтернативные затраты, возникающие в связи с использованием в нем основных фондов, имеющих ценность L_{T-1}. Поскольку в течение срока эксплуатации техники соотношение между этими величинами меняется, то необходим расчет *NPV* для каждого года ее физического срока службы. Так, в примере 2.4 неправильно было бы использовать технику только четыре года на том основании, что в пятом году *NPV* меньше, чем в четвертом.

Момент обновления техники. Когда период существования фирмы превышает физический срок службы применяемого оборудования, тогда через определенные промежутки времени приходится возобновлять инвестиции для создания нового такого же или более технически совершенного оборудования. В каком периоде лучше всего производить замену (осуществлять повторные инвестиции)? Это тоже есть поиск экономически целесообразного срока эксплуатации техники, но в иных условиях.

Рассмотрим случай, когда объект инвестирования с физическим сроком службы T лет предполагается возобновлять в прежнем виде, т.е. обновления техники не происходит. Если замену производить в некотором периоде $\tau < T$, то получим поток поступлений и выплат, представленный табл. 2.6.

Таблица 2.6

Поток платежей при бесконечной замене действующего оборудования его новым таким же экземпляром

t_0	t_1	t_2	...	t_τ	$t_{\tau+1}$	...	$t_{2\tau}$	$t_{2\tau+1}$	...	$t_{3\tau}$	...
$-I_0$	a_1	a_2	...	a_τ							
				$-I_0$	a_1	...	a_τ				
							$-I_0$	a_1	...	a_τ	
										...	...

Поскольку технику можно заменить на ее новый экземпляр в любом периоде, то нужно рассчитать *NPV* для T числа аналогичных денежных потоков. Эти потоки имеют бесконечное число элементов, но, как увидим, они являются бесконечно убывающими геометрическими прогрессиями, что позволяет осуществлять необходимые расчеты.

Денежный поток в табл. 2.6 состоит из бесконечного числа «ручейков»: $-I_0, a_1, a_2, \ldots, a_\tau$. Убедимся в том, что *NPV* каждого из них меньше *NPV* предыдущего в одно и то же число раз. Величина *NPV* выплат и поступлений, связанных с эксплуатацией объекта в течение τ периодов первый раз, равна:

$$NPV_{\tau,1} = \sum_{t=1}^{\tau} a_t \left(1+i\right)^{-t} - I_0.$$

Величина *NPV* выплат и поступлений, возникающих при использовании объекта в течение τ периодов второй раз, составит

$$NPV_{\tau,2} = \left[\sum_{t=1}^{\tau} a_t \left(1+i\right)^{-t} - I_0\right]\left(1+i\right)^{-\tau} = NPV_{\tau,1}\left(1+i\right)^{-\tau}.$$

Соответственно

$$NPV_{\tau,3} = NPV_{\tau,2}\left(1+i\right)^{-\tau} = NPV_{\tau,1}\left(1+i\right)^{-2\tau}.$$

В связи с этим *NPV* всего потока, представленного в табл. 2.6, при замене оборудования *N* раз равна:

$$NPV_{\tau,\Sigma} = NPV_{\tau,1} + NPV_{\tau,2} + \ldots + NPV_{\tau,N} = NPV_{\tau,1}\sum_{n=0}^{N-1}\left(1+i\right)^{-n\tau}.$$

При $N \to \infty$ *NPV* этого потока будет равна конечной величине:

$$NPV_{\tau,\Sigma} = NPV_{\tau,1}\frac{(1+i)^{\tau}}{(1+i)^{\tau}-1} \equiv NPV_{\tau,1}\psi_{\tau}. \qquad (2.4)$$

Теперь можно определить оптимальный момент для замены техники при бесконечно повторяющемся возобновлении объекта инвестирования в первоначальном виде. Для этого достаточно по формуле (2.4) рассчитать $NPV_{\tau,\Sigma}$ при всех значениях $\tau = 1, 2, \ldots, T$. Максимальная величина $NPV_{\tau,\Sigma}$ соответствует оптимальному моменту обновления техники.

Пример 2.5. Пусть объект инвестирования из примера 2.4 используется не один, а бесконечное число раз при той же ставке процента $i = 8\%$. Значения $NPV_{\tau,1}$ для всех $\tau = 1, 2, \ldots, 8$ в примере 2.4 уже рассчитаны. Чтобы воспользоваться формулой (2.4), необходимо еще вычислить соответствующие им сомножители. Итоги всех расчетов приведены в табл. 2.7.

Таблица 2.7

Значения ψ_τ

τ	$NPV_{\tau,1}$	ψ_τ	$NPV_{\tau,\Sigma}$
1	7,4	13,5	99,9
2	9,8	7,01	68,7
3	31,7	4,85	**153,7**
4	31,7	3,77	119,5
5	**27,6**	3,13	86,4
6	32,7	2,7	88,3
7	27,1	2,4	65,0
8	23,6	2,18	51,4

В случае постоянного возобновлении объекта инвестировании в прежнем виде экономически целесообразный срок его эксплуатации не шесть периодов, как было при однократном его применении, а только три.

При определении оптимального момента замены используемой техники более совершенной ее разновидностью содержание задачи меняется. В этом случае общий денежный поток не содержит повторяющихся циклов: цепочка выплат и поступлений, возникающая после замены, отличается от предшествующей по величине платежей и их временной структуре. Кроме того, когда один тип оборудования планируется заменять другим типом, тогда в роли претендента на замену может выступать не одна, а несколько разновидностей более совершенной техники. Такая задача не имеет «изящного» алгоритма решения. Чтобы найти экономически целесообразный срок эксплуатации каждой разновидности техники, придется составлять денежные потоки для всех возможных вариантов развития событий и рассчитывать *NPV* каждого из них. При этом задача окажется решаемой, если существенно ограничить горизонт планирования и число альтернативных разновидностей техники.

2.1.4. Формирование инвестиционной программы из нескольких проектов

При наличии совершенного рынка денег фирма редко выбирает только один из множества эффективных инвестиционных проектов; чаще бывает выгодней реализовать все проекты с положительной *NPV*. Если у фирмы недостаточно для этого собственных денег, то она возьмет кредит и после его возврата с процентами будет иметь чистый

выигрыш, равный *NPV* реализованного за счет кредита проекта. В таких условиях принцип формирования инвестиционной программы прост: включайте в нее все проекты с неотрицательной *NPV*. Общий объем инвестиций будет зависеть от ставки процента: по мере ее снижения объем инвестиций увеличивается, а по мере роста он уменьшается. Так выводится используемая в микро- и макроэкономике неоклассическая функция инвестиций $I = I(\underline{i})$.

2.2. Совместное планирование инвестиций и финансирования

Рассмотренные в параграфе 2.1 методы оптимизации инвестиционных решений по критерию максимизации *NPV* или аннуитета предполагают существование совершенного рынка денег, который выступает в качестве объекта альтернативного варианта инвестирования и обеспечивает неограниченное финансирование при неизменных издержках. В действительности денежный рынок не совершенен, и это коренным образом меняет условия поиска оптимальных решений при разработке инвестиционных и финансовых планов фирмы. Несовершенный денежный рынок затрудняет нахождение оптимального инвестиционно-финансового решения вследствие того, что:

— имеется множество различающихся по объему, стоимости и условиям использования источников финансирования;

— актуальной становится задача обеспечения постоянной платежеспособности фирмы;

— однозначно не определена ставка дисконтирования при сопоставлении разновременных затрат и результатов;

— отсутствует критерий оценки инвестиционно-финансовых решений, адекватно отражающий предпочтения инвестора относительного сегодняшнего и будущего потребления.

Перечисленные трудности в определенной степени преодолеваются посредством синхронного планирования инвестиционной, финансовой, а порой и производственной деятельности фирмы.

2.2.1. Однопериодная модель Дина

Простейшую модель синхронного инвестиционно-финансового планирования создал американский экономист Д. Дин[1]. В ней предполагается, что все объекты инвестирования функционируют только один период и к концу этого периода нужно полностью рассчитаться по всем кредитам. Предполагается также, что все инвестиционные проекты и источники их финансирования можно реализовать не в полном объеме и независимо друг от друга. При таких условиях из m инвестиционных проектов и n источников их финансирования нужно составить инвестиционно-финансовую программу, обеспечивающую максимальные чистые поступления в конце периода. Д. Дин предложил наглядный метод решения такой задачи посредством построения кривой спроса на инвестиции и кривой предложения кредитов. Для построения кривой спроса на инвестиции нужно по каждому инвестиционному проекту вычислить *IRR* (у однопериодной инвестиции $IRR = a_1/I_0 - 1$) и ранжировать проекты по убыванию их внутренней доходности. Кривая предложения кредитов образуется в результате ранжирования источников финансирования по возрастанию их стоимости (ставок на заимствования). Точка пересечения обеих кривых определяет оптимальный набор инвестиционных проектов и источников их финансирования.

[1] *Dean J.* Capital Budgeting. New York, 1951.

Пример 2.6. Пусть в инвестиционном портфеле фирмы имеются пять совместно осуществимых проектов, представленных в табл. 2.8.

Таблица 2.8

Показатели инвестиционных проектов

Показатели	Инвестиционные проекты				
	I	II	III	IV	V
I_0, ден. ед.	100	200	50	90	50
a_1, ден. ед.	114	224	55,5	97,2	53,5
IRR, %	14	12	11	8	7

Их финансирование фирма может осуществлять из пяти источников, представленных табл. 2.9.

Таблица 2.9

Показатели источников финансирования

Показатели	Источники финансирования				
	A	*B*	*C*	*D*	*E*
Сумма, ден. ед.	50	90	50	200	100
Стоимость, %	6	7	9	10	13

Легко заметить, что фирма может профинансировать все пять проектов. Например, в программе, представленной в табл. 2.10, каждый проект оказывается рентабельным, а общая сумма чистых поступлений равна 7,4 ден. ед. Но это программа не является оптимальной.

Таблица 2.10

Программа инвестирования, ден. ед.

Инвестиции		Финансирование		Поступления	Выплаты	Чистые поступления
номер проекта	сумма	номер источника	сумма			
I	100	*E*	100	114	113	1
II	200	*D*	200	224	220	4
III	50	*C*	50	55,5	54,5	1
IV	90	*B*	90	97,2	96,3	0,9
V	50	*A*	50	53,5	53	0,5
Всего	**490**	**Всего**	**490**	**544,2**	**536,8**	**7,4**

Найдем оптимальную программу по методу Дина. На рис. 2.3 по данным, приведенным в табл. 2.8 и 2.9, построены кривые спроса на инвестиции (*I*) и предложения кредитов (*K*). Точка их пересечения показывает, что из пяти инвестиционных проектов целесообразно реализовать только три первых, а для их финансирования полностью использовать источники *A, B, C* и на 80% источник *D*. Из табл. 2.11 следует, что такая программа обеспечивает на 6,3 ден. ед. больше чистых поступлений, чем представленная в табл. 2.10.

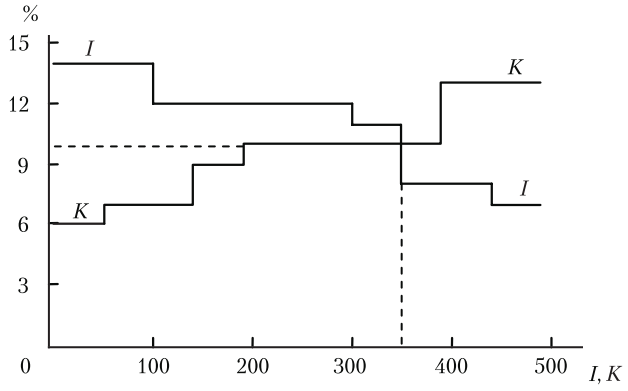

Рис. 2.3. **Оптимальная инвестиционно-финансовая программа**

Таблица 2.11

Оптимальная программа инвестирования по методу Дина

Инвестиции		Финансирование		Поступления, ден. ед.	Выплаты, ден. ед.	Чистые поступления, ден. ед.
номер проекта	сумма, ден. ед.	номер источника	сумма, ден. ед.			
I, II, III	350	*A, B, C, D* (80%)	350	393,5	379,8	13,7

Все другие комбинации из имеющихся проектов инвестирования и источников финансирования дают меньшие чистые поступления в конце периода[1].

Наибольший теоретический интерес в модели Дина представляет ставка процента, соответствующая точке пересечения кривых спроса и предложения. Если ее использовать в качестве калькуляционной ставки при расчете *NPV*, то у всех инвестиционных проектов и источников финансирования, вошедших в оптимальный план, $NPV \geq 0$, а у всех, не попавших в него, $NPV < 0$. Для условий примера 2.6 при $i = 10\%$ это будет выглядеть следующим образом:

Инвестиционный проект	I	II	III	IV	V
NPV	3,64	3,64	0,45	– 1,64	– 1,36
Источник финансирования	A	B	C	D	E
NPV	1,82	2,45	0,45	0,00	– 2,73

Следовательно, применяя при расчете *NPV* ставку процента, уравновешивающую спрос и предложение на рынке кредитов, можно и в условиях несовершенного рынка денег оптимизировать инвестиционно-финансовые программы по показателю *NPV* или аннуитета проектов.

Этот вывод вроде бы имеет чисто академический интерес, так как калькуляционная ставка процента выявляется только после составления оптимальной программы, когда эффективные проекты уже отделены от неэффективных. Однако соответствующая оптимальной программе ставка процента имеет определенную устойчивость при изменении формирующих ее экзогенных параметров: заданного набора инвестиционных проектов и источников финансирования. В пределах этой устойчивости оптимальную программу можно пополнять новыми (неизвестными в момент ее составления) инвестиционными проектами с положительной *NPV*, рассчитанной по калькуляционной ставке.

[1] Строгое математическое доказательство того, что метод Дина дает оптимальное решение при принятых в модели предпосылках, см., например: *Крушвиц Л.* Инвестиционные расчеты. СПб., 2001. С. 166—167.

Пример 2.6 (*продолжение*). После составления оптимальной программы, представленной в табл. 2.11, появился дополнительный инвестиционный проект VI с $I_0 = 28$ ден. ед. и $a_1 = 31$ ден. ед. Его $NPV = 31/28 - 1 = 0{,}18 > 0$; поэтому он должен войти в программу, которая теперь принимает вид, представленный в табл. 2.12 и на рис. 2.4.

Таблица 2.12

Оптимальная программа инвестирования по методу Дина

Инвестиции		Финансирование		Поступления, ден. ед.	Выплаты, ден. ед.	Чистые поступления, ден. ед.
номер проекта	сумма, ден. ед.	номер источника	сумма, ден. ед.			
I, II, III, VI	378	*A*, *B*, *C*, *D* (94%)	378	424,5	410,6	13,9

Может показаться, что модель Дина пригодна также для формирования оптимальной программы реализации многопериодных инвестиционно-финансовых проектов. Но это не так. Модель Дина предполагает принятие решений в условиях несовершенного рынка денег. В этих условиях невозможно обеспечить сопоставимость многопериодных инвестиционных проектов, различающихся объемами вложений и сроками службы, посредством инвестиционно-финансовых операций с нулевым *NPV*.

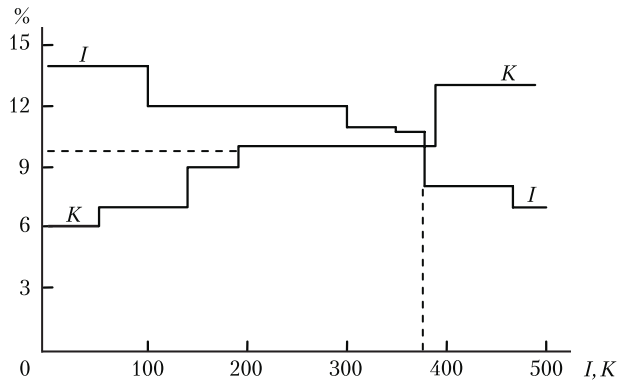

Рис. 2.4. **Дополнение оптимальной инвестиционно-финансовой программы**

Ранжирование несопоставимых многопериодных инвестиционных проектов по их внутренней доходности, необходимое в модели Дина для построения кривой спроса на инвестиции, неадекватно отражает

их экономическую эффективность (вклад в прирост благосостояния инвестора).

Пример 2.7. Имеются два совместно осуществимых инвестиционных проекта, представленных в табл. 2.13.

Таблица 2.13

Оптимальная программа инвестирования, ден. ед.

Проект	t_0	t_1	t_2
I	– 520	458	200
II	– 300	40	320

Для их финансирования можно получить двухгодичный кредит с возможностью досрочного погашения задолженности в двух банках: в банке *A* до 400 ден. ед. под 8% годовых и в банке *B* до 800 ден. ед. под 14% годовых. Определим внутреннюю доходность инвестиционных проектов:

$$\frac{458}{1+r_A}+\frac{200}{(1+r_A)^2}=520 \Rightarrow r_A \approx 0{,}2;$$

$$\frac{40}{1+r_B}+\frac{320}{(1+r_B)^2}=300 \Rightarrow r_B \approx 0{,}1.$$

По модели Дина в инвестиционную программу следует включить инвестиционный проект I и финансировать его за счет полного использования кредита банка *A*, а недостающие 120 ден. ед. взять в банке *B*, так как внутренняя доходность этого проекта превышает стоимость кредитов. Проект II осуществлять не нужно, так как его внутренняя доходность ниже стоимости доступных кредитов. Наглядно такое решение представлено на рис. 2.5, а его результаты в табл. 2.14.

Таблица 2.14

Оптимальное решение

	t_0	t_1	t_2
Проект I	– 520	458	200
Кредит *A*	400	– 432	0
Кредит *B*	120	– 26	– 126,3
Итого	0	0	73,7

Все поступления первого года используются на погашение задолженности. Банку *A* задолженность будет погашена полностью вместе с процентами ($400 \cdot 1{,}08 = 432$), а банку *B* удастся вернуть только 26 ден. ед. К началу второго

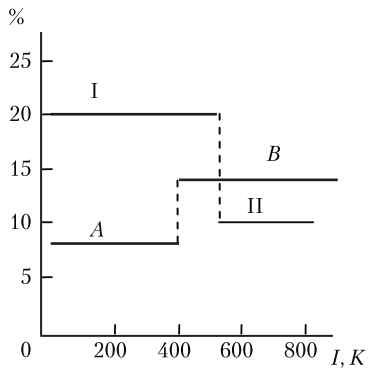

Рис. 2.5. **Псевдооптимальная программа инвестиций**

года долг банку *B* сотавит 120 · 1,14 – 26 = = 110,8 ден. ед. К концу второго года он возрастет до 110,8 · 1,14 = 126,3 ден. ед., а чистые поступления от реализации проекта I будут 200 – 126,3 = 73,7 ден. ед.

Однако, если в заданных условиях вопреки правилу Дина реализовать оба инвестиционных проекта, к концу второго года можно получить больший чистый доход (табл. 2.15). Для этого из поступлений первого года (458 + 40 = = 498) в первую очередь нужно погасить более дорогой кредит банка *B* в размере 420 · 1,14 = 478,8 ден. ед., а оставшиеся деньги (498 – 478,8 = 19,2) вернуть банку *A*. К концу второго года задолженность банку *A* составит (400 · 1,08 – 19,2)1,08 = = 445,8 ден. ед., а чистые поступления от реализации обоих проектов — 74,2 ден. ед.

Таблица 2.15

Оптимальное решение, ден. ед.

	t_0	t_1	t_2
Проект I	– 520	458	200
Проект II	– 300	40	320
Кредит *A*	400	– 19,2	– 445,8
Кредит *B*	420	– 478,8	0
Итого	0	0	74,2

По своей сути концепция Дина схожа с рассмотренной в параграфе 1.2 концепцией Хиршлейфера, так как обе они раскрывают основные особенности принятия инвестиционно-финансовых решений при несовершенном рынке денег, основываясь на простейшей однопериодной модели. Но в отличие от Хиршлейфера Дин не рассматривает механизм образования инвестиционного фонда (распределения дохода между потреблением и сбережением), принимая его экзогенно заданным.

2.2.2. Многопериодная модель

Модель Дина, как уже отмечалось, наглядно представляет специфику подготовки инвестиционно-финансовых решений при отсутствии совершенного рынка денег. В то же время из-за ограниченности временного горизонта в ней не находят отражения такие важные аспекты инвестиционно-финансовой деятельности, как необходимость поддержания постоянной платежеспособности фирмы и возможность финансирования инвестиционных проектов не только из внешних источников, но и посредством реинвестирования части чистых поступлений от данных проектов. В связи с этим возникает необходимость учитывать предпочтения инвестора относительно потребления в текущем и будущих периодах.

В общем виде разработка многопериодной инвестиционно-финансовой программы сводится к следующему. В исходном периоде инвестор располагает определенной суммой денежных средств и может воспользоваться различными формами заимствования. Стремясь повысить свое благосостояние, он рассматривает возможные варианты вложений доступных ему средств в реальный сектор экономики и операции на рынке финансов. Результаты инвестирования и финансирования предстают перед инвестором в виде параллельно протекающих во времени потоков выплат и поступлений. Последние можно использовать либо для реинвестирования, либо для увеличения потребления. Задача инвестора — сформировать некий набор инвестиционных проектов и источников их финансирования, который обеспечит ему в течение ограниченного плановым горизонтом срока прирост потребления, соответствующий его межвременным предпочтениям. Алгебраически ситуацию можно представить в виде матрицы поступлений и выплат:

	I_1	I_2	...	I_n	F_1	F_2	...	F_m	C
0	a_{10}	a_{20}	...	a_{n0}	k_{10}	k_{20}	...	k_{m0}	C_0
1	a_{11}	a_{21}	...	a_{n1}	k_{11}	k_{21}	...	k_{m1}	C_1
2	a_{12}	a_{22}	...	a_{n2}	k_{12}	k_{22}	...	k_{m2}	C_2
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
T	a_{1T}	a_{2T}	...	a_{nT}	k_{1T}	k_{2T}	...	k_{mT}	C_T

Здесь I_i — i-й инвестиционный проект, $i = 1, 2, \ldots, n$; F_j — j-й источник финансирования, $j = 1, 2, \ldots, m$; $a_{i\tau}$ — платеж (выплаты или поступления), связанный с i-м инвестиционным проектом в периоде $\tau = 1, 2, \ldots, T$; $k_{i\tau}$ — платеж (выплаты или поступления), связанный с j-м источником финансирования в периоде τ; C_τ — прирост потребления инвестора в периоде τ в результате реализации инвестиционной программы.

Математически задача сводится к нахождению неотрицательного вектора $x_1, x_2, \ldots, x_{n+m}$, при котором выполняется система равенств, гарантирующих постоянную платежеспособность фирмы:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{i\tau} x_i + \sum_{j=1}^{m} k_{j\tau} x_j \geq C_\tau; \ \ \tau = 1, \ 2, \ \ldots, \ T$$

и обеспечивающих: а) либо достижения максимума C_T; б) либо максимизацию элементов вектора $C_1, C_2, \ldots, C_{T-1}$ при заданной величине C_T. Это задача линейного программирования, алгоритм решения которой имеется во многих компьютерных программах, например, в Microsoft Office Excel.

Пример 2.8. В инвестиционном портфеле фирмы имеются пять не исключающих друг друга проектов; связанные с ними выплаты и поступления и возможная интенсивность (кратность) их использования представлены в табл. 2.16.

Таблица 2.16

Инвестиционная программа

Проект	$n_{\max}$	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
I_1	2	– 37	– 42	33	23	21	20
I_2	3	– 75	10	15	20	22	25
I_3	2		– 90	35	29	25	19
I_4	1		– 50	25	20	15	10
I_5	3			– 75	33	29	24

Возможная интенсивность использования инвестиционных проектов ($n_{\max}$) ограничивает объем инвестиций «сверху». Так, проекту I_1 может соответствовать не только вектор, представленный первой строкой табл. 2.16, но и вектор с уменьшенными в любое число раз или увеличенными не более чем вдвое цифрами. В исходном (нулевом) году фирма имеет 70 ден. ед. собственных средств и может получить кредит 80 ден. ед. на пять лет под 6% годовых при условии погашения займа с процентами равными порциями (аннуитетом) с первого по пятый год; аннуитет этого кредита равен 19:

$$\frac{80 \cdot 1{,}06^5 \cdot 0{,}06}{1{,}06^5 - 1} = 19.$$

Кроме этого, на денежном рынке фирма может брать годовые кредиты в неограниченном объеме под 8% и ссужать деньги под 5% годовых. Матрица выплат и поступлений в заданных условиях показана табл. 2.17.

Таблица 2.17

Инвестиционная программа

τ	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8	I_9	I_{10}	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
0	–37	–75	0	0	0	–100	0	0	0	0	80	100	0	0	0	0
1	–42	10	–90	–50	0	105	–100	0	0	0	–19	–108	100	0	0	0
2	33	15	35	25	–75	0	105	–100	0	0	–19	0	–108	100	0	0
3	23	20	29	20	33	0	0	105	–100	0	–19	0	0	–108	100	0
4	21	22	25	15	29	0	0	0	105	–100	–19	0	0	0	–108	100
5	20	25	19	10	24	0	0	0	0	105	–19	0	0	0	0	–108

Инвестиционные проекты I_6 — I_{10} представляют возможность предоставления кредита на денежном рынке под 5%, а финансовые источники F_2 — F_6 — возможность получения займа под 8%. В качестве базовой суммы операций на денежном рынке взято 100 ден. ед.; она может быть использована с любой интенсивностью, т.е. принять любое положительное значение.

Вариант 1. Нужно составить инвестиционно-финансовую программу, максимизирующую в пятом году чистые поступления при условии, что дивидендов в первом году будет выплачено 5 ден.ед., во втором — 6; в третьем — 7 и в четвертом — 8 ден. ед.

Оптимальная программа находится в результате решения следующей математической задачи:

$$C_T = 20x_1 + 25x_2 + 19x_3 + 10x_4 + 24x_5 + 105x_{10} - 19x_{11} - 108x_{16} \to \max$$

при условии обеспечения платежеспособности фирмы в каждом периоде:

$$-37x_1 - 75x_2 - 100x_6 + 80x_{11} + 100x_{12} + 70 = 0;$$

$$-42x_1 + 10x_2 - 90x_3 - 50x_4 + 105x_6 - 100x_7 - 19x_{11} - 108x_{12} + 100x_{13} = 5;$$

$$33x_1 + 15x_2 + 35x_3 + 25x_4 - 75x_5 + 105x_7 - 100x_8 - 19x_{11} - 108x_{13} + 100x_{14} = 6;$$

$$23x_1 + 20x_2 + 29x_3 + 20x_4 + 33x_5 + 105x_8 - 100x_9 - 19x_{11} - 108x_{14} + 100x_{15} = 7;$$

$$21x_1 + 22x_2 + 25x_3 + 15x_4 + 29x_5 + 105x_9 - 100x_{10} - 19x_{11} - 108x_{15} + 100x_{16} = 8$$

и ограничениях «сверху» на положительные переменные:

$$x_1 \le 2;\ x_2 \le 3;\ x_3 \le 2;\ x_4 \le 1;\ x_5 \le 3;\ x_{11} \le 1.$$

Система равенств, представляющая необходимость обеспечения платежеспособности фирмы в каждом периоде, учитывает возможность использования поступлений от одного инвестиционного проекта для финансирования другого и отражает зависимость оптимальной инвестиционно-финансовой программы от межвременных потребительских предпочтений инвестора.

Решение рассматриваемой задачи линейного программирования дает следующие значения переменных и целевой функции:

$$x_1 = x_3 = 2;\ x_4 = x_{11} = 1;\ x_5 = 0{,}84;\ x_6 = 0{,}76;$$

$$x_{13} = 2{,}58;\ x_{14} = 2{,}06;\ x_{15} = 0{,}97;$$

$$x_2 = x_7 = x_8 = x_9 = x_{10} = x_{12} = x_{16} = 0;\ C_T = 89{,}2.$$

Это значит, что нужно полностью реализовать инвестиционные проекты I_1, I_3 и I_4, проект I_5 использовать с интенсивностью 0,84, а проект I_2 не включать в программу. Кроме того, в нулевом периоде следует отдать в ссуду 76 ден. ед.

на рынке денег. Для реализации этой программы в дополнение к собственным денежным средствам в нулевом периоде надо использовать пятилетний кредит в размере 80 ден. ед. и брать годовые кредиты на рынке денег во втором, третьем и четвертом годах соответственно 258, 206 и 97 ден. ед. Тогда к концу пятого года денежные средства фирмы возрастут в 89,2/70 = 1,27 раза при выполнении всех обязательств по дивидендам в каждом периоде:

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
I_1	– 74	– 84	66	46	42	40
I_3		– 180	70	58	50	38
I_4		– 50	25	20	15	10
I_5			– 63	27,8	24,4	20,2
I_6	– 76	79,8				
$\sum I$	**– 150**	**– 234**	**98**	**152**	**131**	**108,2**
F_0	70					
F_1	80	– 19	– 19	– 19	– 19	– 19
F_3		258,2	– 279			
F_4			206	– 222		
F_5				96,7	– 104	
$\sum F$	**150**	**239,2**	**– 92**	**– 145**	**– 123**	**– 19**
C		**5**	**6**	**7**	**8**	**89,2**

Вариант 2. Если акционеры хотят достичь максимально возможный рост своего благосостояния не в конце планового срока инвестиционной программы, а в каждом из периодов этого срока с некоторым темпом роста, то условие поддержания платежеспособности фирмы выражается такой системой уравнений:

$$-37x_1 - 75x_2 - 100x_6 + 80x_{11} + 100x_{12} + 70 = 0;$$

$$-42x_1 + 10x_2 - 90x_3 - 50x_4 + 105x_6 - 100x_7 - 19x_{11} - 108x_{12} + 100x_{13} - x_{17} = 0;$$

$$33x_1 + 15x_2 + 35x_3 + 25x_4 - 75x_5 + 105x_7 - 100x_8 - 19x_{11} - 108x_{13} + 100x_{14} - 1{,}2x_{17} = 0;$$

$$23x_1 + 20x_2 + 29x_3 + 20x_4 + 33x_5 + 105x_8 - 100x_9 - 19x_{11} - 108x_{14} + 100x_{15} - 1{,}4x_{17} = 0;$$

$$21x_1 + 22x_2 + 25x_3 + 15x_4 + 29x_5 + 105x_9 - 100x_{10} - 19x_{11} - 108x_{15} + 100x_{16} - 1{,}6x_{17} = 0;$$

$$20x_1 + 25x_2 + 19x_3 + 10x_4 + 24x_5 + 105x_{10} - 19x_{11} - 108x_{16} - 1{,}8x_{17} = 70,$$

где x_{17} — сумма дивидендов, выплачиваемая в первом году, а коэффициенты при этой переменной представляют заданный темп роста дивидендов в последующие годы. Целевая функция программы теперь $x_{17} \to \max$ при тех же ограничениях на остальные переменные.

Естественно, что изменение цели инвестиционно-финансовой программы сопровождается некоторым изменением ее оптимальной структуры. Теперь оптимум достигается при следующих значениях переменных: $x_1 = x_3 = 2$; $x_4 = x_{11} = 1$; $x_5 = 0{,}51$; $x_6 = 0{,}76$; $x_2 = x_7 = x_8 = x_9 = x_{10} = x_{12} = x_{16} = 0$; $x_{13} = 2{,}59$; $x_{14} = 1{,}84$; $x_{15} = 0{,}86$; $x_{17} = 6{,}295$. Соответствующая им инвестиционно-финансовая программа позволяет увеличить выплату дивидендов в каждом периоде в 1,26 раза при сохранении фирмой своих 70 ден. ед. в пятом году:

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
I_1	– 74	– 84	66	46	42	40
I_3		–180	70	58	50	38
I_4		– 50	25	20	15	10
I_5			– 38,5	17,0	14,9	12,3
I_6	– 76	79,8				
$\sum I$	**– 150**	**– 234,2**	**122,5**	**141**	**121,9**	**100,3**
F_0	70					–70
F_1	80	– 19	–19	–19	–19	–19
F_3		259,5	–280,3			
F_4			184,3	–199,1		
F_5				86	–92,8	
$\sum F$	**150**	**240,5**	**– 114,9**	**– 132,1**	**–111,8**	**–19**
C		**6,3**	**7,6**	**8,8**	**10,1**	**11,3**

Метод линейного программирования не только позволяет найти оптимальный вариант использования ограниченных ресурсов, но и дает ценную экономическую информацию, представленную в виде вектора «двойственных»[1] оценок (вектора $\boldsymbol{y}$). Двойственную оценку получает каждое уравнение или неравенство, определяющее пределы изменения переменных целевой функции (вектора $\boldsymbol{x}$). В многопериодных инвестиционно-финансовых моделях такими уравнениями являются условия обеспечения платежеспособности фирмы в каждом периоде. Поэтому одновременно с оптимальной инвестиционно-финансовой программой мы получаем T двойственных оценок. Они показывают, на сколько возрастет значение целевой функции, если бюджетное ограничение «смягчится» на единицу, т.е. если в периоде t фирма имела бы на 1 ден. ед. больше. Следовательно, двойственные оценки представляют предельную ценность денег каждого периода в **единой** мере — в виде приращения показателя целевой функции. Это позволяет складывать разновременные платежи в пределах оптимальной программы. По каждому инвестиционному проекту взвешенная по двойственным оценкам сумма разновременных выплат и поступлений представляет вклад этого проекта в величину целевой функции, т.е. его чистую предельную отдачу:

$$\Delta W_i = \sum_{t=0}^{T} a_{i,t}\ y_t.$$

У всех инвестиционных проектов и вариантов их финансирования, вошедших в оптимальную программу в полном объеме, $\Delta W_i > 0$, у вошедших в неполном объеме $\Delta W_i = 0$, а у не попавших в программу проектов $\Delta W_i < 0$[1]. В связи с этим, если известны двойственные оценки, оптимальную инвестиционно-финансовую программу можно формировать по правилу: включай в программу все проекты с неотрицательными чистыми предельными отдачами.

Таким образом, при синхронном планировании инвестиций и источников их финансирования в условиях несовершенного рынка денег чистая предельная отдача проекта выполняет ту же роль, что и *NPV* в формировании инвестиционной программы при существовании совершенного рынка денег. Более того, чистую предельную отдачу проекта можно представить в виде его *NPV*, рассчитанной по внутренне присущим оптимальной инвестиционно-финансовой программе ставкам процента. Чтобы выявить эти ставки, сравним формулы расчета обоих показателей:

[1] Название «двойственные» эти оценки получили потому, что они определяются в ходе решения двойственной (обратной к основной) задачи. Так, двойственной к задаче в примере 2.6 является задача определения минимальный суммы собственных денежных средств фирмы, необходимой для того, чтобы в заданных условиях чистые поступления в пятом году равнялись 89,2 ден. ед. Создатель линейного программирования Л. В. Канторович, отмеченный за свой труд Нобелевской премией по экономике, называл эти показатели «объективно обусловленные оценки», отражая в названии их содержание.

[1] «В соответствии с этими оценками все производственные способы (рассчитанные на ряд периодов), используемые в оптимальном плане, «оправданны» (рентабельны), а неиспользуемые — не оправданны». *Канторович Л. В.* Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., 1960. С. 191.

$$NPV = a_0 + \frac{a_1}{1+i_1} + \frac{a_2}{(1+i_2)^2} + \ldots + \frac{a_T}{(1+i_T)^T};$$

$$\Delta W = a_0 y_0 + a_1 y_1 + a_2 y_2 + \ldots + a_T y_T =$$

$$= a_0 + a_1 \frac{y_1}{y_0} + a_2 \frac{y_2}{y_0} + \ldots + a_T \frac{y_T}{y_0}.$$

Отношение y_t / y_0 показывает, во сколько раз ценность денег t-го периода больше (меньше) их ценности в нулевом периоде, т.е. выполняет роль коэффициента дисконтирования.

Эндогенные калькуляционные ставки процента оптимальной программы определяются из равенства:

$$\frac{1}{(1+i_t)} = \frac{y_t}{y_0} \Rightarrow i_t = -1 + \sqrt{\frac{y_0}{y_t}}. \qquad (2.5)$$

Как и в однопериодной модели Дина, в многопериодной модели линейного программирования калькуляционные ставки процента становятся известными только после нахождения оптимальной инвестиционно-финансовой программы. Но это не исключает возможность их практического применения.

Во-первых, они устойчивы к малым изменениям экзогенных параметров. В связи с этим в случае появления небольшого нового проекта не обязательно пересчитывать всю программу для принятия решения о возможности его реализации; достаточно подсчитать чистую предельную отдачу проекта и при неотрицательном результате включить его в программу.

Во-вторых, можно доказать[1], что при возможности осуществлять неограниченные по объему сделки на несовершенном рынке денег калькуляционные ставки, присущие оптимальной инвестиционно-финансовой программе, располагаются в интервале между ставкой по ссудам (i_h) и ставкой по займам (i_s), т.е. $i_h < i_t < i_s$. Отсюда следует, что из всего множества существующих инвестиционных проектов сразу нужно отклонить те, у которых *NPV*, рассчитанная по ставке i_h, меньше нуля, так как соответствующие оптимальной программе ставки больше i_h, а по мере роста ставок процента *NPV* инвестиционных проектов уменьшается. С другой стороны, в оптимальную инвестиционную программу без раздумий следует включать те инвестиционные проекты, у которых *NPV*, рассчитанная по ставке i_s, не отрицательна, так как соответствующие

[1] См. Математическое приложение к данной главе.

оптимальной программе ставки меньше i_s, а по мере снижения ставок процента *NPV* инвестиционных проектов возрастает. (Напомним, что это правило вытекает и из модели Хиршлейфера, рассмотренной в параграфе 1.2.) Аналогичную сортировку необходимо провести в множестве проектов финансирования инвестиционной программы. Учитывая, что *NPV* проекта финансирования уменьшается по мере снижения ставки процента и увеличивается по мере ее роста, в оптимальную программу не должны попасть те проекты, у которых *NPV*, рассчитанная по ставке i_s, отрицательна, но в оптимальную программу следует включать проекты финансирования, у которых *NPV*, рассчитанная по ставке i_h, не отрицательна. Схематически описанный процесс подготовки многопериодной инвестиционно-финансовой программы изображен на рис. 2.6.

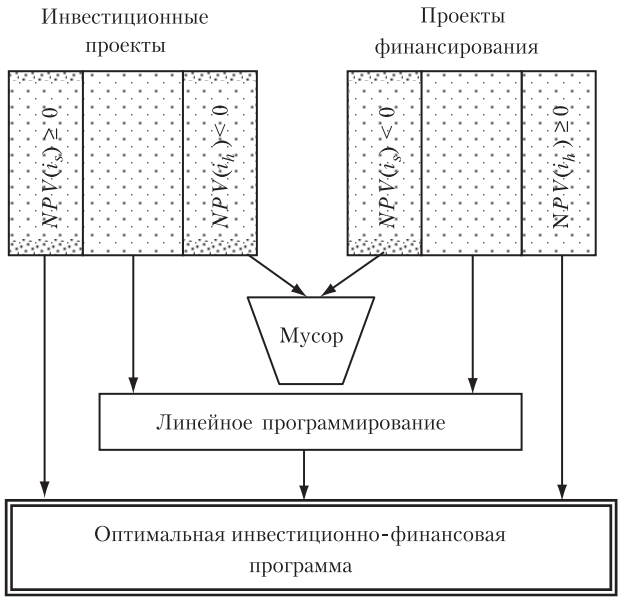

Рис. 2.6. **Сортировка проектов по *NPV* при несовершенном рынке денег**

Пример 2.6 (*продолжение*). Оптимальная инвестиционно-финансовая программа, обеспечивающая максимально возможную выплату дивидендов в каждом периоде с заданным темпом роста при сохранении находящихся в распоряжении фирмы средств в нулевом периоде, имеет следующие двойственные оценки: $y_0 = 0{,}1767$; $y_1 = 0{,}1683$; $y_2 = 0{,}1558$; $y_3 = 0{,}1443$; $y_4 = 0{,}1336$; $y_5 = 0{,}1272$. Соответствующие им чистые предельные отдачи имеющихся проектов представлены в табл. 2.18.

Таблица 2.18

Оптимальная инвестиционно-финансовая программа

y	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8	I_9	I_{10}	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
0,1767	– 37	– 75				– 100					80	100				
0,1683	– 42	10	– 90	– 50		105	– 100				– 19	– 108	100			
0,1558	33	15	35	25	– 75		105	– 100			– 19		– 108	100		
0,1443	23	20	29	20	33		0	105	– 100		– 19			– 108	100	
0,1336	21	22	25	15	29				105	– 100	– 19				– 108	100
0,1272	20	25	19	10	24					105	– 19					– 108
ΔW	**0,20**	**– 0,23**	**0,25**	**1,64**	**0**	**0**	**– 0,47**	**– 0,43**	**– 0,4**	**– 0,01**	**0,28**	**– 0,5**	**0**	**0**	**0**	**– 0,37**

Проекты, не вошедшие в оптимальную программу, имеют отрицательную *NPV*, вошедшие не в полном объеме — нулевую, а включенные в оптимальную программу в полном объеме — положительную.

Чтобы проиллюстрировать, как двойственные оценки определяют предельную отдачу отдельного проекта, рассчитаем ее, например, для инвестиционного проекта I_4. Вложение в него дополнительно 1 ден. ед. в первом году обеспечивает в последующие годы такие поступления: 0,5; 0,4; 0,3; 0,2. Поэтому его предельная отдача составит:

$$\Delta W = 0{,}1683 + 0{,}5 \cdot 0{,}1558 + 0{,}4 \cdot 0{,}1443 + 0{,}3 \cdot 0{,}1336 + 0{,}2 \cdot 0{,}1272 = 0{,}033.$$

Если в портфеле имеющихся инвестиционных проектов заменить проект I_4 на проект, требующий в первом году 51 ден. ед. вложений и обеспечивающий отдачи со второго по пятый год соответственно 25,5; 20,4; 15,3; 10,2, то в результате решения задачи линейного программирования с замененным проектом оптимальное значение показателя целевой функции (x_{17}) возрастает до 6,328, т.е. на 0,033.

Проверим теперь, соблюдается ли в нашем примере соотношение $i_h < i_t < < i_s$. Расчет по формуле (2.5) дает следующие значения калькуляционных ставок оптимальной программы: $i_1 = 0{,}05$; $i_2 = 0{,}0649$; $i_3 = 0{,}0699$; $i_4 = 0{,}0724$; $i_5 = 0{,}0681$. Все они не выходят за пределы интервала $\{i_h = 0{,}05;\ i_s = 0{,}08\}$.

2.3. Ценность фирмы и стоимость ее капитала как критерии оптимизации инвестиционных программ

Для фирмы, акции которой обращаются на рынке ценных бумаг, калькуляционная ставка процента задается рынком. Индивид покупает и держит у себя акцию (предоставляет фирме капитал) до тех пор, пока ожидаемые в будущем дивиденды с учетом их временной структуры окупают, по его мнению, вложения в акцию, т.е. акционер ставит условие

$$Z_0 \le \sum_{t=1}^{T} \frac{D_t}{(1+r)^t},$$

где Z_0 — курс акции на момент покупки; D_t — дивиденды в периоде t; T — срок функционирования фирмы; r — желаемая (требуемая) индивидом доходность акции за период, принятая неизменной во времени в целях упрощения.

При равновесии на рынке капитала каждый вид акций имеет одинаковую для всех покупателей цену (курс). Если при этом акционеры имеют одинаковую информацию о будущих дивидендах, то у всех ока-

жутся одинаковые требования (ожидания) к доходности акций. Ее можно определить следующим образом:

$$\sum_{t=1}^{T}\frac{D_t}{(1+r)^t}=\frac{D_1}{1+r}+\frac{1}{1+r}\sum_{t=2}^{T}\frac{D_t}{(1+r)^t}=$$
$$=\frac{D_1}{1+r}+\frac{Z_1}{1+r}\Rightarrow r=\frac{D_1+Z_1}{Z_0}-1. \qquad (2.6)$$

С позиций менеджеров фирмы эта величина отражает стоимость предоставленного ей акционерами капитала аналогично тому, как ставка заработной платы представляет стоимость труда. Но в отличие от ставки заработной платы, имеющей размерность деньги/время, стоимость используемого в единицу времени капитала принято выражать в долях или процентах его денежной цены[1].

Поскольку сумма всех выплачиваемых в каждом периоде дивидендов равна чистым поступлениям фирмы в этом периоде, то сумма цен всех ее акций (цена фирмы) равна:

$$V_0=\sum_{t=1}^{T}\frac{N_tD_t}{(1+r)^t}=\sum_{t=1}^{T}\frac{a_t}{(1+r)^t},$$

где V_0 — цена фирмы в текущем периоде; N_t — количество ее акций в периоде t.

В состоянии равновесия на рынке капитала цена фирмы равна ее сегодняшней ценности (дисконтированной сумме создаваемых ею за все время работы чистых поступлений), а стоимость используемого фирмой капитала представляет ее внутреннюю доходность. При равновесии на рынке капитала формирование цены акций фирмы и стоимости ее собственного (акционерного) капитала — это две стороны одной медали:

$$Z=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{D}{(1+r)^t}=\frac{D}{r}=\frac{rK}{r}=K.$$

[1] Если фирма в течение года использует станок, текущая цена которого равна 80 тыс. руб., норма амортизации — 10%, а ставка процента на рынке денег i = 6%, то с позиций менеджеров фирмы стоимость использования станка равна 16%, т.е. 0,16 · 80 = 12,8 тыс. руб., в том числе 8 тыс. руб. амортизация и 4,8 тыс. руб. альтернативные издержки.

Если в результате дополнительных инвестиций ожидается повышение рентабельности вложенного в фирму капитала ($r^e = r + \Delta r$), то ценность фирмы увеличится:

$$Z=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{D^e}{(1+r)^t}=\frac{D^e}{r}=\frac{r^eK}{r}=K+\frac{\Delta rK}{r}, \qquad (2.7)$$

где r^e и D^e — ожидаемые значения.

Последнее слагаемое в формуле (2.7) получило название *рыночная добавленная ценность* (*Market Value Added* — *MVA*). Она показывает, на сколько рыночная цена фирмы (оцениваемые рынком результаты ее хозяйствования) повышает осуществленные в фирму инвестиции в текущих ценах. *MVA* возникает тогда, когда ожидаемая доходность (рентабельность) инвестированного в фирму производственного (оперативного) капитала превышает его стоимость.

Таким образом, акционеры проголосуют за инвестиционную программу, если она увеличит ценность фирмы (цену ее акций). В свою очередь, инвестиционная программа увеличит ценность фирмы, если дисконтированная по стоимости акционерного капитала сумма связанных с этой программой чистых поступлений имеет положительную *NPV*. Следовательно, при использовании в качестве калькуляционной ставки стоимости акционерного капитала можно формировать инвестиционные программы по критерию максимизации *NPV*, и акционеры будут предоставлять капитал для ее реализации.

Как отмечалось в параграфе 1.2, при совершенном финансовом рынке акционеры могут поддержать финансирование таких программ и за счет прибыли фирмы.

Пример 2.7. Пусть индивид имеет 50 акций, текущий рыночный курс которых равен 200 ден. ед. и на которые ежегодно начисляются дивиденды в размере 18 ден. ед. на акцию, т.е. ценность финансовой части имущества индивида равна 10 000 ден. ед., и это позволяет ему ежегодно расходовать на потребление 900 ден. ед. У фирмы появилась возможность реализовать инвестиционный проект, повышающий текущий курс акций до 250 ден. ед., но для его финансирования придется уменьшить в текущем году дивиденды до 8 ден. ед. В результате ценность финансовой части имущества индивида возрастет до 12 500 ден. ед., но сумма выплаченных дивидендов сократится до 400 ден. ед. Чтобы сохранить годовое потребление на прежнем уровне, индивиду придется продать две акции, тогда при прежних потребительских расходах его имущество возрастет на 250 · 48 – 10 000 = 2000 ден. ед.

Величина требуемой акционерами доходности фирмы определяется альтернативными возможностями вложения денег. Но, в любом случае, она превышает гарантированную доходность денежного рынка, так как ожидаемые чистые поступления фирмы не гарантированы. Как определить это превышение, показано в гл. 4. Особенности формирования стоимости смешанного капитала фирмы, состоящего из акционерного и заемного капитала, рассматриваются в гл. 5.

Здесь приведем одну из простейших моделей формирования ожиданий акционеров, так называемую модель Гордона[1]. В ней предполагается, что дивиденды ежегодно должны расти с некоторым заданным темпом:

$$D_t = D_0 (1+g)^t,$$

где D_0 — выплаченные в текущем году дивиденды; g — годовой прирост дивидендов, который, однако, не может превышать стоимость акционерного капитала, иначе курс акции устремится в бесконечность.

При таких требованиях акционеров стоимость акционерного капитала определяется из равенства

$$Z_0 = D_0 \sum_{t=1}^{\infty} \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^t = D_0 \frac{1+g}{r-g} = \frac{D_1}{r-g} \Rightarrow r = \frac{D_1}{Z_0} + g.$$

Так, если в текущем периоде курс акции фирмы A равен 100 ден. ед. и на нее было начислено 15 ден. ед., то при ожидаемом темпе прироста $g = 0{,}02$ стоимость акционерного капитала равна: $0{,}15 \cdot 1{,}02 + 0{,}02 = 0{,}173$.

Если же фирма, эмитировавшая 1000 акций по номиналу 100 ден. ед. с доходностью 15% в текущем году, способна обеспечить постоянный двухпроцентный прирост дивидендов, то ее ценность равна $15 \cdot 1000 \times 1{,}02/(0{,}173 - 0{,}02) = 100$ тыс. ден. ед.

Краткие выводы

При наличии совершенного рынка денег для принятия оптимального инвестиционного решения достаточно рассчитать *NPV* или аннуитет инвестиционного проекта. От разновидности инвестиций зависит способ применения этих показателей.

[1] *Gordon M. J.* The Investment, Financing and Valuation of the corporation. Homewood, 1962.

Единичное одноразовое капиталовложение экономически целесообразно, если его *NPV* больше нуля. Поскольку *NPV* положительна, когда внутренняя доходность вложений превышает калькуляционную ставку процента и срок службы объекта инвестирования больше минимального срока его окупаемости, то на основе сравнения этих показателей тоже можно определить, приведет ли осуществление единичной одноразовой инвестиции к росту ценности фирмы.

Когда нужно выбрать один из множества альтернативных инвестиционных проектов с положительными *NPV*, тогда правильное решение гарантирует только критерий максимизации *NPV* или аннуитета. Специфическим вариантом такой задачи является определение оптимального срока службы объекта инвестирования. При этом результат ее решения зависит от того, однократно или многократно предполагается использовать объект инвестирования.

Оптимальную инвестиционную программу, состоящую из нескольких совместно осуществимых проектов, можно сформировать по критерию максимизации суммы *NPV* проектов, включенных в программу.

При отсутствии совершенного рынка денег составление оптимальной инвестиционно-финансовой программы осложняется тем, что из-за наличия множества различных вариантов финансирования возникает проблема определения калькуляционной ставки процента, необходимой для расчета *NPV*. В таких условиях формирование программы сводится к решению типичной задачи максимизации целевой функции при ограничениях на ее переменные. В качестве критерия оптимизации в этом случае используется максимум чистых поступлений от инвестиционной программы в некотором будущем периоде, например, в конце срока службы объекта инвестирования. В результате решения такой задачи кроме перечня проектов, подлежащих включению в оптимальную программу, определяется калькуляционная ставка процента, при использовании которой у всех инвестиционных и финансовых проектов, входящих в оптимальную программу, *NPV* не отрицательны, а у не входящих они отрицательны. Это позволяет в пределах устойчивости оптимальной программы к небольшим изменениям экзогенных параметров включать в программу новые проекты с положительной *NPV*.

Присущие оптимальной инвестиционно-финансовой программе калькуляционные ставки процента располагаются между ставками по депозитам и ссудам. Это позволяет сократить проверку множества инвестиционно-финансовых проектов посредством многопериодной оптимизационной модели (линейного программирования).

При наличии в стране развитого рынка финансов оптимальная инвестиционно-финансовая программа может формироваться по критерию максимизации ценности фирмы с использованием стоимости ее капитала в качестве калькуляционной ставки.

Математическое приложение[1]

В общем виде задача оптимизации инвестиционно-финансовой программы сводится к максимизации вектора дивидендов с заданной временной структурой C (d_0, d_1, …, d_T) при следующей системе ограничений, представляющей условия обеспечения сбалансированности доходов и расходов в каждом периоде:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{i,0}x_i - m_{S,0} + m_{D,0} - d_0 = M_0;$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{i,t}x_i - m_{S,t} + m_{S,t-1}\left(1+i_{S,t-1}\right) + m_{D,t} - m_{D,t-1}\left(1+i_{D,t-1}\right) - d_t = M_t;$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{i,T}x_i + m_{S,T-1}\left(1+i_{S,T-1}\right) - m_{D,T-1}\left(1+i_{D,T-1}\right) - d_T = M_T,$$

где n — число проектов в программе; $a_{i,\,t}$ — чистые поступления или выплаты по проекту i в периоде t; $m_{S,\,t}$ и $m_{D,\,t}$ — соответственно ссуды и займы на рынке денег; $i_{S,\,t}$ и $i_{D,\,t}$ — ставки процента по ссудам и займам, причем $i_{S,\,t} < i_{D,\,t}$; M_t — денежные средства инвестора в периоде t.

Кроме этого, $0 \le x_i \le \bar{x}_i$, а $m_{S,\,t}$, $m_{D,\,t}$ и d_t — неотрицательные величины.

Во всех периодах, кроме нулевого, учитываются поступления и выплаты от операций на денежном рынке. В последнем периоде инвестор не выходит на денежный рынок.

В соответствии с теоремой Куна — Такера в результате решения этой задачи находятся оптимальные значения интенсивности использования каждого проекта, вошедшего в программу, дивидендных выплат, объемов вложений и займов на рынке денег : x_1^*, d_2^*, ..., d_n^*; d_0^*, d_1^*, ..., d_T^*; $m_{S,0}^*$, $m_{S,1}^*$, ..., $m_{S,T-1}^*$; $m_{D,0}^*$, $m_{D,1}^*$, ..., $m_{D,T-1}^*$. Одновременно определяется вектор двойственных оценок: y_0, y_1, ..., y_T; u_1, u_2, ..., u_n, который удовлетворяет следующим условиям:

[1] Доказательство Герберта Хакса (*Hax H.* Investitionstheorie. Heidelberg, 1993. С. 101—105).

1) $u_t + \sum_{i=1}^{n} a_{i,t}y_t = 0$ при $x_i^* \ge 0$; (1а)

$u_t + \sum_{i=1}^{n} a_{i,t}y_t > 0$ при $x_i^* = 0$; (1б)

2) $y_t - \left(1+i_{S,\,t}\right) y_{t+1} = 0$ при $m_{S,t}^* \ge 0$; (2а)

$y_t - \left(1+i_{S,t}\right) y_{t+1} > 0$ при $m_{S,t}^* = 0$; (2б)

3) $\left(1+i_{D,t}\right) y_{t+1} - y_t = 0$ при $m_{D,t}^* \ge 0$; (3а)

$\left(1+i_{D,t}\right) y_{t+1} - y_t > 0$ при $m_{D,t}^* = 0$; (3б)

4) $y_t = \dfrac{\partial C}{\partial t}$ при $d_t^* \ge 0$; $y_t > \dfrac{\partial C}{\partial t}$ при $d_t^* = 0$;

5) $u_i \ge 0$ при $x_i^* = \bar{x}_i$; $u_i = 0$ при $x_i^* < \bar{x}_i$.

Из условий (2а) и (3б) следует, что при $m_{S,t}^* \ge 0$ и $m_{D,t}^* = 0$ выполняется соотношение

$$\left(1+i_{D,t}\right) y_{t+1} > y_t = \left(1+i_{S,t}\right) y_{t+1}. \quad (4)$$

Из условий (2б) и (3б) следует, что при $m_{S,t}^* = m_{D,t}^* = 0$ выполняется соотношение

$$\left(1+i_{D,t}\right) y_{t+1} > y_t > \left(1+i_{S,t}\right) y_{t+1}. \quad (5)$$

Из условий (2б) и (3а) следует, что при $m_{S,t}^* = 0$ и $m_{D,t}^* \ge 0$ выполняется соотношение

$$\left(1+i_{D,t}\right) y_{t+1} = y_t > \left(1+i_{S,t}\right) y_{t+1}. \quad (6)$$

Соотношение (4) представляет ситуацию, когда в ходе реализации инвестиционно-финансовой программы наряду с вложениями в реальный капитал свободные денежные средства ссужаются на рынке денег. В этом случае внутренне присущая программе ставка дисконтирования основана на депозитной ставке:

$$\frac{y_{t+1}}{y_t} = \frac{1}{1+i_{S,t}}.$$

Аналогично из соотношения (6) вытекает, что в периоды заимствования на рынке денег дисконтирование осуществляется по ссудной ставке:

$$\frac{y_{t+1}}{y_t} = \frac{1}{1+i_{D,t}}.$$

И наконец, из соотношения (5) следует, что в периоды, когда для реализации программы не проводятся операции на рынке денег, тогда

$$\frac{1}{1+i_{S,t}} < \frac{y_{t+1}}{y_t} < \frac{1}{1+i_{D,t}}.$$

Литература

1. *Блех Ю., Гетце У.* Инвестиционные расчеты. Калининград, 1997. Гл. 3. Модели принятия единичных решений в условиях определенности; гл. 4. Модели программных решений в условиях определенности.

2. *Бригхэм Ю., Эрхардт М.* Финансовый менеджмент. СПб., 2005. Гл. 13. Основы составления капитального бюджета: оценка потоков денежных средств.

3. *Крушвиц Л.* Инвестиционные расчеты. СПб., 2001. Разд. 2.4. Динамические методы; гл. 3. Методы принятия решений о сроке действия инвестиций; гл. 4. Принятие программных решений.

4. *Пайк Р., Нил Б.* Корпоративные финансы и инвестирование. СПб., 2006. Гл. 12. Требуемая ставка доходности по инвестициям и анализ стоимости акционерного капитала.

Глава 3

Методы принятия решений в условиях неопределенности и риска

В данной главе будем учитывать, что предвидеть величину чистых поступлений от инвестиций в реальный капитал однозначно и достоверно практически невозможно, поскольку она определяется совокупностью таких труднопредсказуемых параметров, как цена продукции (p), средние переменные затраты на ее производство (c), объем выпуска (q), постоянные затраты (f) : $a_t = (p_t - c_t)\, q_t - f_t$. Будущие значения каждого из перечисленных показателей наряду с хозяйственной деятельностью фирмы определяются состоянием внешней среды: экономическо-политической конъюнктурой, научно-техническими открытиями, «сюрпризами» природы. Удобной формой представления совокупности возможных в будущем состояний внешней среды является дерево (граф) состояний. На рис. 3.1 показано, как может выглядеть такое дерево при прогнозировании в состоянии s_0 возможного развития событий в течение следующих двух периодов: в периоде t_1 конъюнктура может сохраниться, ухудшиться или улучшиться, а в периоде t_2 каждое из состояний периода t_1 либо улучшается, либо ухудшается.

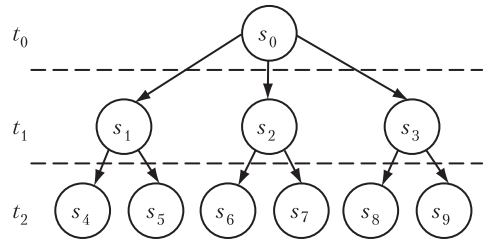

Рис. 3.1. **Дерево состояний при двухлетнем прогнозировании**

В условиях неопределенности соответствующий каждому инвестиционному проекту поток платежей выступает не в виде строки-вектора, а в виде дерева платежей, представляющего множество возможных, но не подконтрольных инвестору и исключающих друг друга вариантов отдачи вложений. Для проекта с двухлетним сроком службы объекта вложений такое дерево изображено на рис. 3.2, где a_{tj} — величина чистых поступлений в периоде t, если в этом периоде из всех возможных состояний внешней среды реализуется состояние j.

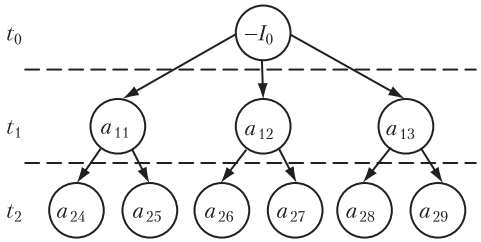

Рис. 3.2. **Дерево платежей инвестиционного проекта в условиях неопределенности**

Аналогично обстоит дело с источниками финансирования. На момент разработки инвестиционно-финансовой программы каждому из них в будущих периодах соответствует множество возможных сумм заимствования и ставок процента. В данной главе рассматриваются основные способы снижения неопределенности и алгоритмы принятия инвестиционно-финансовых решений, учитывающие ее наличие.

3.1. Анализ чувствительности

Анализ чувствительности — необходимый этап подготовки решений, принимаемых в условиях неопределенности. Он сводится к тому, чтобы выявить, как сильно меняется величина целевого показателя инвестиционно-финансовой программы при изменении значений формирующих его параметров. Это достигается посредством того, что из всех возможных состояний внешней среды выбирается наиболее вероятное и по соответствующим ему исходным данным формируется оптимальная по избранному критерию программа. Затем, поочередно меняя значения исходных данных, выявляются пределы устойчивости составленной программы, т.е. устанавливается, в каком интервале могут меняться значения переменных целевой функции, оставляя составленную программу оптимальной. В ходе такого анализа можно также установить, в какой мере изменение каждого из параметров, формирующих значение целевого показателя инвестиционно-финансовой программы, отражается на его величине. Полученная информация позволит сосредоточить работу по уточнению прогнозных значений именно тех параметров, к которым наиболее чувствителен целевой показатель. При сравнении альтернативных вариантов решения удобно использовать эластичность целевого показателя по формирующим его параметрам. Она показывает, на сколько процентов меняется целевая функция при изменении переменных на 1%.

Пример 3.1. При наличии совершенного рынка денег с ожидаемой ставкой $i = 10\%$ имеется возможность вложить 1000 ден. ед. в производство блага A или 748 ден. ед. в производство блага B с одинаковыми сроками их выпуска $T = 10$ лет. Предполагается, что в течение этого времени цены продуктов, средние переменные затраты на единицу продукции, постоянные годовые затраты и годовой объем выпуска будут такими, как показано в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Ожидаемые экономические показатели, ден. ед.

Продукт	p	c	f	q
A	8	6	100	200
B	10	7	146	135

Если перечисленные экономические показатели действительно примут указанные значения, то $a_A = 300$, $a_B = 259$, и варианты вложения будут одинаково выгодны:

$$NPV_A = 300\frac{1{,}1^{10}-1}{0{,}1\cdot 1{,}1^{10}} - 1000 = 843{,}4;$$

$$NPV_B = 259\frac{1{,}1^{10}-1}{0{,}1\cdot 1{,}1^{10}} - 748 = 843{,}4.$$

Однако, учитывая зависимость параметров NPV от различных состояний внешней среды, целесообразно провести дополнительный анализ.

Определим чувствительность NPV каждого проекта к возможным отклонениям фактических значений исходных показателей от ожидаемых их значений. Чтобы не выходить за пределы экономически разумных отклонений, найдем критические точки, т.е. те значения каждого из параметров NPV, которые превра-

щают ее в нуль при неизменности остальных параметров[1]. По всем параметрам критические точки поочередно определяются из равенства:

$$\left[(p-c)q-f\right]\frac{(1+i)^T-1}{i(1+i)^T}-I_0=0.$$

Например, критическое значение цены

$$p_{\text{кр}}=c+\frac{f}{q}+\frac{I\cdot i(1+i)^T}{q\left[i(1+i)^T-1\right]}.$$

Результаты расчетов представлены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Ожидаемые и критические значения параметров *NPV*, ден. ед.

Показатели	p	c	q	f	i	T	I_0
Проект А							
1. Ожидаемые значения	8	6	200	100	0,1	10	1000
2. Значения критической точки	7,31	6,69	131,4	237,3	0,273	4,25	184-3,4
3. Отношение (2)/(1), %	91,4	111,4	65,7	237,3	273	42,5	184,3
Проект В							
1. Ожидаемые значения	10	7	135	146	0,1	10	748
2. Значения критической точки	8,98	8,02	89,25	283,3	0,326	3,58	159-1,4
3. Отношение (2)/(1), %	89,8	114,5	66,1	194	326	35,8	212,8

Данные, приведенные в табл. 3.2, показывают, что по обоим проектам *NPV* наиболее чувствительна к отклонениям от ожидаемых значений цены, средних переменных затрат и объемов выпуска. Так, $NPV_A=0$ при снижении цены блага *A* лишь на 8,6%, в то время как даже при вдвое более коротком сроке службы фирмы или вдвое больших постоянных затратах $NPV_A>0$.

На рис. 3.3. наглядно показано уменьшение величины NPV_A (в %) по мере ухудшения определяющих ее показателей на 1%. Чем круче наклон кривой, тем чувствительней *NPV* инвестиций к отклонению соответствующего параметра от его прогнозируемой величины.

[1] Две такие точки мы уже рассматривали в параграфе 2.1.1 при выборе альтернативы «да — нет»: для ставки процента — это *IRR*, а для срока эксплуатации объекта инвестирования — *минимальный срок окупаемости*.

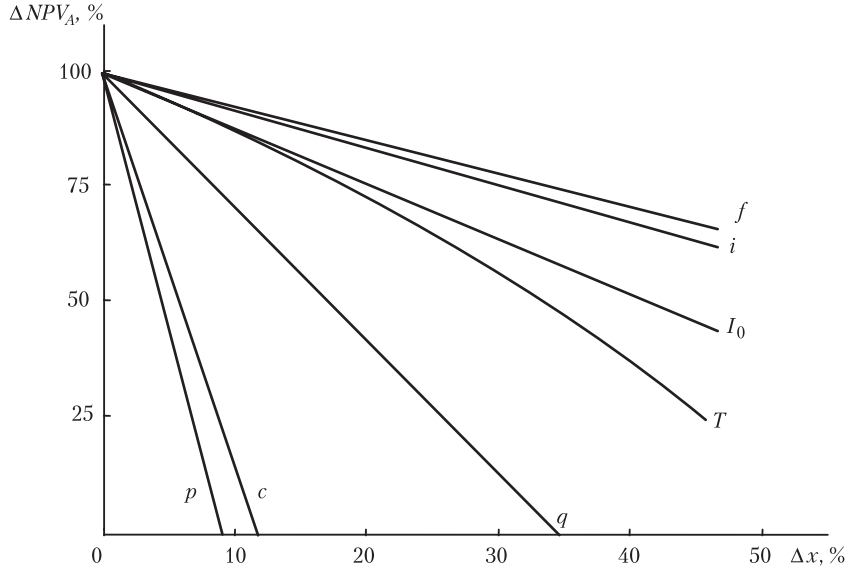

Рис. 3.3. **Эластичность NPV_A по определяющим ее факторам**

Сравнение отношений (2)/(1) обоих вариантов вложений свидетельствует о том, что ожидаемый результат по проекту *B* более устойчив к ошибкам прогноза решающих исходных данных: $NPV_B=0$ при снижении его цены на 10,2% или повышении средних переменных затрат на 14,5%, а у проекта *A* соответствующие значения равны 8,6% и 11,4%.

На рис. 3.4 представлено сравнение чувствительности *NPV* обоих проектов к неточности прогноза цен и средних переменных затрат.

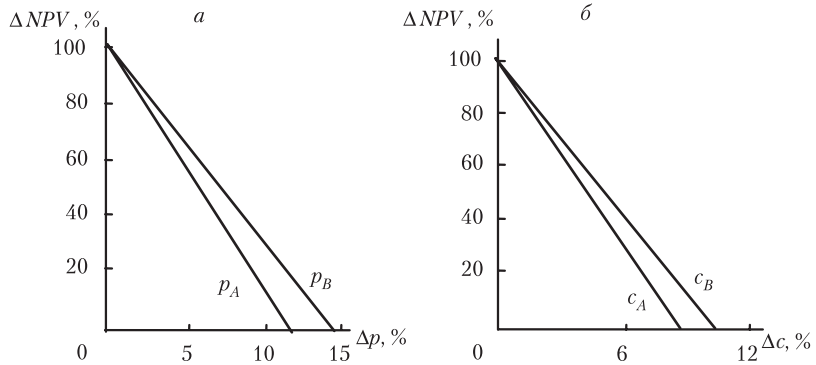

Рис. 3.4. **Сравнение чувствительности проектов *A* и *B* к изменению цены блага (*а*) и средних переменных затрат (*б*)**

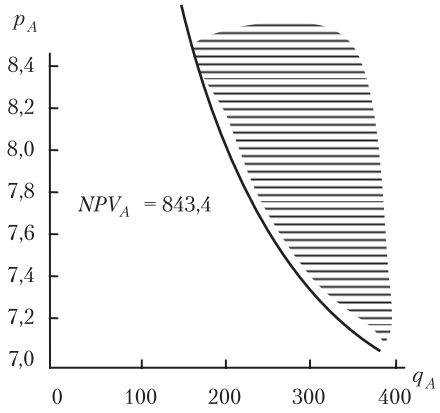

Рис. 3.5. **Множество критических сочетаний p_A, q_A проекта A**

Кроме критических значений параметров NPV проекта можно выявить критические для них области, т.е. множества таких сочетаний значений нескольких параметров, формирующих целевой показатель, при которых он становится равным нулю или другому заданному числу. Найдем, например, множество сочетаний p_A и q_A, при которых $NPV_A = 843{,}4$ ден. ед., т.е. $a_A = 300 : [(p_A - 6)q_A - 100] = 300 \rightarrow p_A = 6 + 400/q_A$. Оно изображено на рис. 3.5; при сочетаниях p_A и q_A, расположенных правее кривой $NPV_A = 843{,}4$ ден. ед., инвестиции в производство блага A будет выгодней, чем в производство блага B.

3.2. Математическое ожидание критерия оптимизации

В тех случаях, когда удается узнать не только всевозможные состояния внешней среды, но и вероятность наступления каждого из них, для принятия оптимальных решений, как и в условиях определенности, можно использовать однозначные критерии (целевые функции) в виде математических ожиданий множества возможных результатов.

При наличии показателей вероятности реализации каждой альтернативы дерево состояний, посредством которого представляются последствия принятия решений в условиях неопределенности, становится более информативным. Каждой стрелке, представляющей возможность трансформации предыдущего состояния (i) в последующее (j), приписывается вероятность такой трансформации (w_{ij}). Она показывает, насколько вероятно наступление соответствующего состояния после того, как предыдущее состояние уже реализовалось, и называется условной (переходной) вероятностью. Каждому узлу (кружочку), представляющему состояние внешней среды, приписывается конечная (безусловная) вероятность, которая показывает, с какой вероятностью возможно данное состояние на определенный момент времени. Конечная вероятность рассчитывается посредством перемножения следующих друг за другом условных вероятностей; в первом периоде она тождественна переходной вероятности. Сумма вероятностей всех состояний, следующих за со-

стоянием i, равна вероятности его наступления. Так, в представленном на рис. 3.6 случае конечная вероятность реализации состояния s_4 равна $w_{21} = w_{11} \cdot w_{10}$; при этом обеспечивается равенство:

$$w_{12} + w_{22} + w_{32} + w_{42} + w_{52} + w_{62} = 1.$$

Зная распределение вероятностей ожидаемых в каждом периоде чистых поступлений, дерево состояний инвестиционного проекта можно заменить вектором ожидаемых разновременных выплат и поступлений:

$$-I_0 \quad \bar{a}_1 \quad \bar{a}_2 \quad \ldots \quad \bar{a}_T,$$

где $\bar{a}_t = \sum_j^s \tilde{a}_{tj} w_{tj}$ — математическое ожидание чистых поступлений в периоде t; w_{tj} – конечная вероятность получения в периоде t чистых поступлений $\tilde{a}_{tj}$; s — число возможных состояний внешней среды в периоде t.

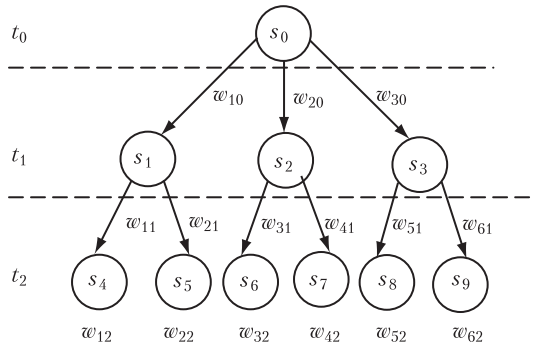

Рис. 3.6. **Дерево состояний с известным распределением вероятностей**

При заданной калькуляционной ставке процента на основе математических ожиданий чистых поступлений можно рассчитать математическое ожидание чистой сегодняшней ценности $(\overline{NPV})$ инвестиционного проекта, основываясь на следующих положениях теории вероятностей:

— математическое ожидание суммы случайных переменных равно сумме их математических ожиданий

$$E\left(\sum_{i=1}^{n} \tilde{x}_i\right) = \sum_{i=1}^{n} E\left(\tilde{x}_i\right);$$

— если c_i некоторые константы, то

$$E\left(\sum_{i=1}^{n} c_i \tilde{x}_i\right) = \sum_{i=1}^{n} c_i E\left(\tilde{x}_i\right). \qquad (3.1)$$

В соответствии с выражением (3.1)

$$\overline{NPV} = -I_0 + \sum_{i=1}^{T} \overline{a}_t \left(1+i\right)^{-t}.$$

Инвестиционный проект признается экономически целесообразным, если $\overline{NPV} > 0$, а из множества альтернативных проектов выбирается проект с максимальной $\overline{NPV}$. При отсутствии совершенного рынка денег (экзогенно заданной калькуляционной ставки процента) задача усложняется, но тоже имеет решение.

Пример 3.3. Составим оптимальную инвестиционно-финансовую программу при отсутствии совершенного рынка денег (экзогенной калькуляционной ставки процента) из двух совместно осуществимых инвестиционных проектов *A* и *B*, каждый из которых может использоваться с двойной интенсивностью. Соответствующие им объемы инвестиций и ожидаемые чистые поступления представлены деревьями платежей на рис. 3.7 и 3.8. Каждое состояние внешней среды текущего периода с заданной вероятностью может перейти в два других состояния (оживление или рецессия) в следующем периоде.

Для финансирования инвестиций можно получить кредит в размере 310 ден. ед. на три года под 6% годовых. Платежи по возврату кредита с процентами зависят от состояния внешней среды: при оживлении конъюнктуры каждый год выплачивается аннуитет в размере 116 ден. ед., а при спаде в первом году нужно выплачивать 85 ден. ед., во втором году — 95 ден. ед. и в третьем — 173 ден. ед. Дерево платежей по этому кредиту представлено на рис. 3.9. Кроме этого, возможны неограниченные по объему кредитно-ссудные операции на рынке денег при $i_s = 8\%$ и $i_h = 5\%$. Требуется составить такую инвестиционно-финансовую программу, которая обеспечит максимальное математическое ожидание чистых поступлений в третьем году при реинвестировании чистых поступлений в первом и втором годах в собственное производство и поддержание постоянной самоокупаемости программы.

По своей сути данная задача идентична задаче, рассматриваемой в примере 2.6. В связи с этим она может быть решена методом линейного программирования, но с учетом специфики рисковой ситуации. В табл. 3.3 исходная информация представлена в виде, удобном для составления задачи линейного программирования.

В нулевом году размер выплат однозначно задан. В первом году размеры поступлений зависят от двух возможных состояний: оживления или рецессии.

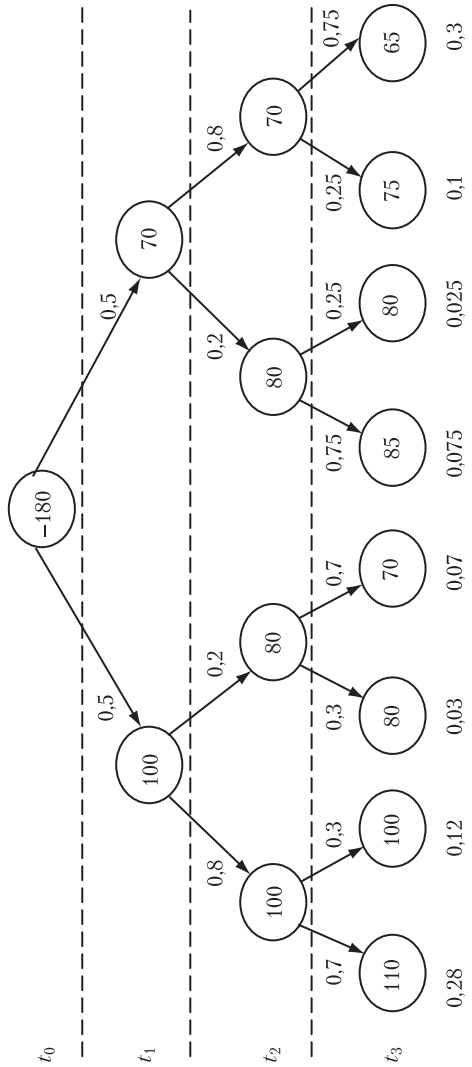

Рис. 3.7. **Дерево платежей инвестиционного проекта *A***

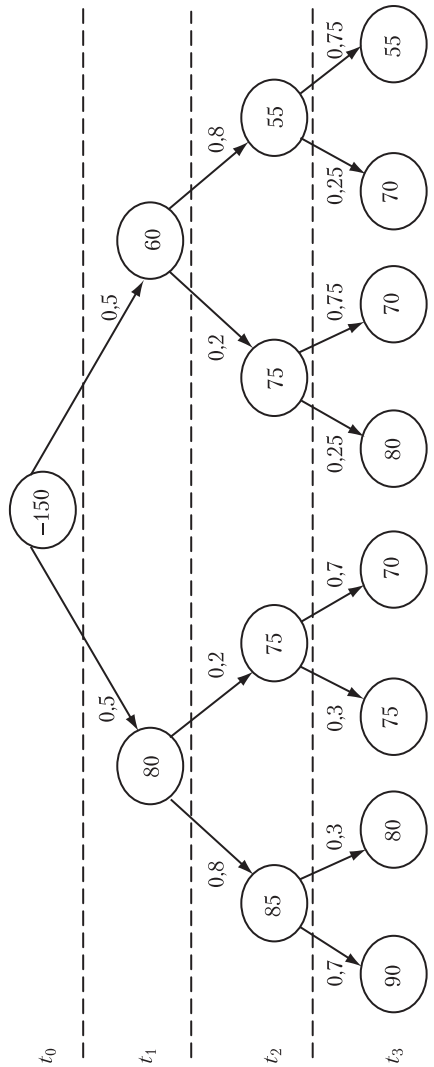

Рис. 3.8. **Дерево платежей инвестиционного проекта *B***

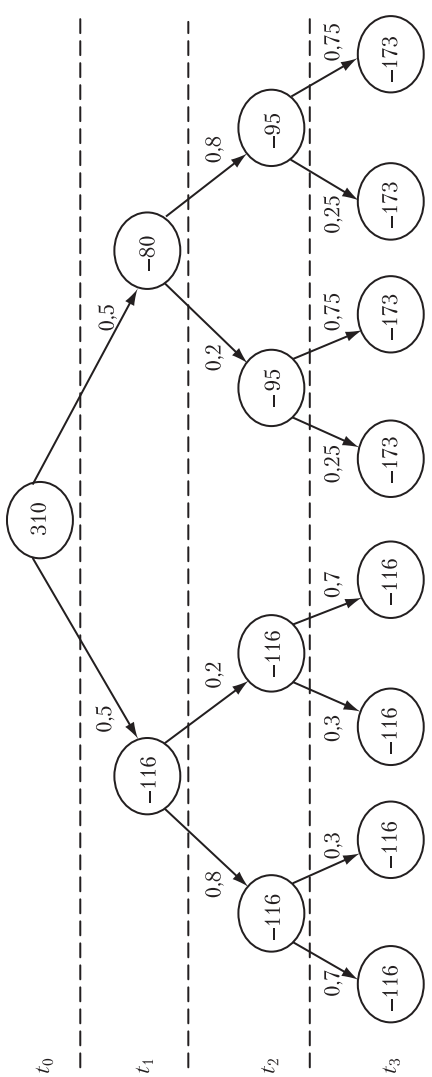

Рис. 3.9. **Дерево платежей источника финансирования F_0**

Таблица 3.3

Потоки ожидаемых платежей по годам и соответствующим им состояниям внешней среды

Интенсивность	Параметры	Значения s при различных t													
		0	1		2				3						
		s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9	s_{10}	s_{11}	s_{12}	s_{13}	s_{14}
$0 \le x_1 \le 2$	I_A	−180	100	70	100	80	80	70	110	100	80	70	85	80	75	65
$0 \le x_2 \le 2$	I_B	−150	80	60	85	75	75	55	90	80	75	70	80	70	70	55
$0 \le x_3$	I_1	−100	105	105												
$0 \le x_4$	I_2		−100		105	105										
$0 \le x_5$	I_3			−100			105	105								
$0 \le x_6$	I_4				−100				105	105						
$0 \le x_7$	I_5					−100					105	105				
$0 \le x_8$	I_6						−100						105	105		
$0 \le x_9$	I_7							−100							105	105
$0 \le x_{10} \le 1$	F_0	310	116	85	116	116	95	95	116	116	116	116	173	173	173	173
$0 \le x_{11}$	F_1	100	−108	−108												
$0 \le x_{12}$	F_2		100		−108	−108										
$0 \le x_{13}$	F_3			100			−108	−108								
$0 \le x_{14}$	F_4				100				−108	−108						
$0 \le x_7$	F_5					100					−108	−108				
$0 \le x_8$	F_6						100						−108	−108		
$0 \le x_9$	F_7							100							−108	−108

Во втором году возможны четыре состояния: оживление после рецессии, рецессия после оживления, рецессия после рецессии. Соответственно в третьем году сложится одна из восьми указанных конъюнктур. Возможность проводить операции на рынке денег представлена в табл. 3.3 инвестиционными проектами $I_1 - I_7$ и источниками финансирования $F_1 - F_7$.

Для выведения целевой функции инвестиционно-финансовой программы — максимизации математического ожидания чистых поступлений третьего года — рассчитаем конечные вероятности наступления каждого из восьми возможных состояний внешней среды в этом году:

$$w_{12} = 0{,}7 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}5 = 0{,}28; \qquad w_{22} = 0{,}3 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}5 = 0{,}12;$$

$$w_{32} = 0{,}3 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}03; \qquad w_{42} = 0{,}7 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}07;$$

$$w_{52} = 0{,}25 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}025; \qquad w_{62} = 0{,}75 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}075;$$

$$w_{72} = 0{,}25 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}5 = 0{,}1; \qquad w_{82} = 0{,}75 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}5 = 0{,}3.$$

Теперь можно рассчитать математическое ожидание чистых поступлений и выплат по каждому проекту инвестирования и варианту финансирования в третьем году:

$$I_A\colon\ 0{,}28 \cdot 110 + 0{,}12 \cdot 100 + 0{,}03 \cdot 80 + 0{,}07 \cdot 70 + 0{,}025 \cdot 85 + \\ + 0{,}075 \cdot 80 + 0{,}1 \cdot 75 + 0{,}3 \cdot 65 = 85{,}2;$$

$$I_B\colon\ 0{,}28 \cdot 90 + 0{,}12 \cdot 80 + 0{,}03 \cdot 75 + 0{,}07 \cdot 70 + 0{,}025 \cdot 80 + \\ + 0{,}075 \cdot 70 + 0{,}1 \cdot 70 + 0{,}3 \cdot 55 = 72{,}7;$$

$$I_4\colon 0{,}28 \cdot 105 + 0{,}12 \cdot 105 = 42;$$

$$I_5\colon 0{,}03 \cdot 105 + 0{,}07 \cdot 105 = 10{,}5;$$

$$I_6\colon 0{,}025 \cdot 105 + 0{,}0075 \cdot 105 = 10;$$

$$I_7\colon 0{,}1 \cdot 105 + 0{,}3 \cdot 105 = 42;$$

$$F_0\colon -(116 \cdot 0{,}5 + 0{,}5 \cdot 173) = -144{,}5;$$

$$F_4\colon -(0{,}28 \cdot 108 + 0{,}12 \cdot 108) = -43{,}2;$$

$$F_5\colon -(0{,}03 \cdot 108 + 0{,}07 \cdot 108) = -10{,}8;$$

$$F_6\colon -(0{,}025 \cdot 108 + 0{,}075 \cdot 108) = -10{,}8;$$

$$F_7\colon -(0{,}1 \cdot 108 + 0{,}3 \cdot 108) = -43{,}2.$$

Следовательно, целевым показателем инвестиционно-финансовой программы является максимум суммы

$$85{,}2x_1 + 72{,}7x_2 + 42x_6 + 10{,}5x_7 + 10{,}5x_8 + 42x_9 -$$
$$- 144{,}5x_{10} - 43{,}2x_{14} - 10{,}8x_{15} - 10{,}8x_{16} - 43{,}2x_{17}.$$

На переменные целевой функции наложены ограничения в виде условий поддержания платежеспособности:

1) в нулевом году

$$- 180x_1 - 150x_2 - 100x_3 + 310{,}5x_{10} + 100x_{11} = 0;$$

2) в двух возможных состояниях первого года

$$100x_1 + 80x_2 + 105x_3 - 100x_4 - 116x_{10} - 108x_{11} + 100x_{12} = 0;$$

$$70x_1 + 60x_2 + 105x_3 - 100x_5 - 85x_{10} - 108x_{11} + 100x_{13} = 0;$$

3) в четырех возможных состояниях второго года

$$100x_1 + 85x_2 + 105x_4 - 100x_6 - 116x_{10} - 108x_{12} + 100x_{14} = 0;$$

$$80x_1 + 75x_2 + 105x_4 - 100x_7 - 116x_{10} - 108x_{12} + 100x_{15} = 0;$$

$$80x_1 + 75x_2 + 105x_5 - 100x_8 - 95x_{10} - 108x_{13} + 100x_{16} = 0;$$

$$70x_1 + 55x_2 + 105x_5 - 100x_9 - 95x_{10} - 108x_{13} + 100x_{17} = 0;$$

4) в восьми возможных состояниях третьего года

$$110x_1 + 90x_2 + 105x_6 - 100x_9 - 116x_{10} - 108x_{14} > 0;$$

$$100x_1 + 80x_2 + 105x_6 - 116x_{10} - 108x_{14} > 0;$$

$$80x_1 + 75x_2 + 105x_7 - 116x_{10} - 108x_{15} > 0;$$

$$70x_1 + 70x_2 + 105x_7 - 116x_{10} - 108x_{15} > 0;$$

$$85x_1 + 80x_2 + 105x_8 - 173x_{10} - 108x_{16} > 0;$$

$$80x_1 + 70x_2 + 105x_8 - 173x_{10} - 108x_{16} > 0;$$

$$75x_1 + 70x_2 + 105x_9 - 173x_{10} - 108x_{17} > 0;$$

$$65x_1 + 55x_2 + 105x_9 - 173x_{10} - 108x_{17} > 0;$$

5) и ограничивающих интенсивность использования каждого проекта: $0 \le x_1 \le 2$; $0 \le x_2 \le 2$; $0 \le x_{10} \le 1$; остальные переменные не отрицательны.

Эта задача линейного программирования имеет следующее решение:

$x_1 = 2$; $x_2 = 1{,}48$; $x_6 = 1{,}11$; $x_7 = 0{,}56$; $x_8 = 0{,}14$; $x_{10} = 1$; $x_{11} = 2{,}72$; $x_{12} = 0{,}91$; $x_{13} = 1{,}5$; $x_{17} = 0{,}36$; остальные переменные равны нулю.

Таким образом, в заданных условиях оптимальная инвестиционно-финансовая программа должна включать проект I_A с удвоенной интенсивностью, проект I_B с интенсивностью 1,48 и ссудные операции на денежном рынке в состояниях s_3, s_4, s_5 на суммы соответственно 111, 56 и 14 ден. ед. Для финансирования программы кроме полного использования кредита придется занимать на денежном рынке в состояниях s_0, s_1, s_2 и s_6 суммы соответственно 272, 91, 150 и 36 ден. ед. Математическое ожидание чистых поступлений в третьем году (значение целевой функции) равно 172,2 ден. ед. при полном расчете с кредиторами.

3.3. Гибкое планирование

До сих пор предполагалось, что решение о том, какие инвестиционные проекты и источники их финансирования включать в инвестиционно-финансовую программу, принимается один раз перед началом реализации. При этом планируются не только мероприятия, которые нужно осуществить в данный момент, но и будущие. Так, в примере 3.3 уже в нулевом году было определено, какие операции на денежном рынке будут производиться в первом и втором годах. Такой способ планирования называется *жестким*.

Жесткое планирование экономической деятельности представляется естественным, если результаты прогнозируемых мероприятий однозначно предсказуемы. В условиях неопределенности целесообразно по возможности отложить на время принятие тех решений, которые касаются действий в будущих периодах, для того чтобы принять их уже с учетом дополнительной информации о том, какие состояния внешней среды реализуются. Планирование, предусматривающее возможность принятия решений не только перед выполнением плана, но и в ходе его реализации по мере поступления новой информации, называется *гибким*, или *скользящим*.

Наиболее популярной моделью гибкого планирования является *дерево решений*. Оно образуется в результате добавления к дереву состояний узлов, отражающих процесс принятия решений. Допустим, что решение сводится к выбору одной из двух альтернатив (проект *A* или *B*; делать дополнительные вложения или нет; продолжать производство или нет и пр.) в условиях, когда из каждого существующего состояния формируются два следующих. В этом случае дерево решений двухпериодного плана имеет вид, представленный на рис. 3.10.

На этом рисунке ромб представляет процесс принятия решения, а исходящие из него сплошные стрелки — суть решения (выбранную альтернативу); кружок, как и прежде, соответствует состоянию окружающей среды; исходящие из кружка пунктирные стрелки отражают вклад неопределенности в результат принятого решения; возникший в

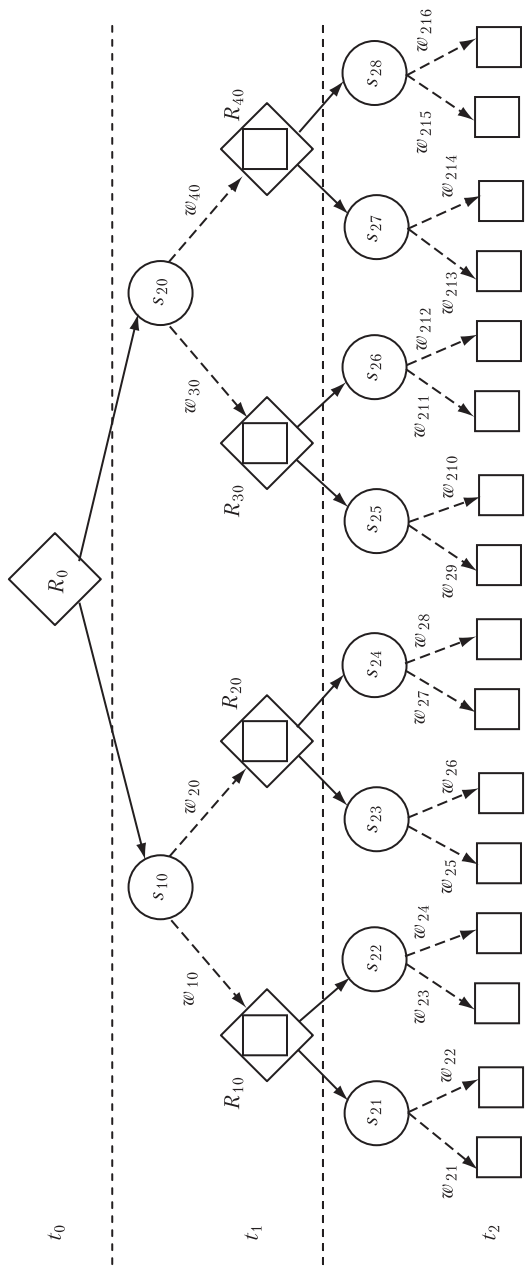

Рис. 3.10. **Дерево решений при гибком планировании на два периода**

итоге совместных действий инвестора и природы результат изображен в виде квадратика. По мере получения результата принимается новое решение, которое корректируется природой, и т.д.

Для нахождения оптимальной системы поэтапных решений в рамках гибкого планирования чаще всего используется метод обратного движения (roll back). В соответствии с этим методом первыми принимаются решения, относящиеся к последнему периоду плана. По каждому варианту решения, принимаемого в этом периоде, в зависимости от складывающегося состояния внешней среды ожидается множество результатов, для которого рассчитывается математическое ожидание. Вариант с максимальным математическим ожиданием результата считается реализованным, и исходя из этого, принимаются решения, относящиеся к предпоследнему периоду, и т.д.

Пример 3.4. В условиях существования совершенного рынка денег (заданной калькуляционной ставки процента) фирма рассматривает возможность организации перевозки пассажиров от железнодорожной станции до дачного поселка. Необходимый для этого автобус можно купить или арендовать. Цена автобуса 410 ден. ед., а его срок службы — два года. Арендная плата за автобус в первом году — 220 ден. ед., во втором — 200 ден. ед. Для уменьшения необходимых расчетов все платежи в первом и втором годах представим приведенными (дисконтированными) к нулевому году. Дисконтированные ежегодные чистые поступления в случае: а) хорошей наполняемости автобуса составят 300 ден. ед. в первом году и 275 ден. ед. во втором году; б) плохой его наполняемости равны 100 ден. ед. в первом году и 91 ден. ед. во втором году. Вероятность того, что в первом году наполняемость автобуса будет хорошей, равна 0,8. Если в первом году будет хорошая наполняемость, то с вероятностью 0,9 можно полагать, что она будет хорошей и во втором году. Какой вариант использования автобуса следует выбрать?

Сравним ответы на этот вопрос, полученные на основе жесткого (дерева состояний) и гибкого (дерева решений) планирования.

При однократном принятии решения на основе дерева состояний, изображенного на рис. 3.11 и соответствующего рассматриваемой задаче, нужно рассчитать математические ожидания *NPV* в случаях покупки (К) и аренды (А) автобуса. В первом случае

$$\bar{a}_1 = 0{,}8 \cdot 300 + 0{,}2 \cdot 100 = 260 \text{ ден. ед.};$$

$$\bar{a}_2 = 0{,}72 \cdot 275 + 0{,}08 \cdot 91 + 0{,}02 \cdot 275 + 0{,}18 \cdot 91 = 227{,}16 \text{ ден. ед.};$$

$$\overline{NPV}_{\text{К}} = 260 + 227{,}16 - 410 = 77{,}16 \text{ ден. ед.}$$

Те же показатели при аренде автобуса составят

$$\bar{a}_1 = 0{,}8 \cdot 80 - 0{,}2 \cdot 120 = 40 \text{ ден. ед.};$$

$$\overline{a}_2 = 0{,}72 \cdot 75 - 0{,}08 \cdot 109 + 0{,}02 \cdot 75 - 0{,}18 \cdot 109 = 27{,}16 \text{ ден. ед.};$$

$$\overline{NPV}_A = 40 + 27{,}16 = 67{,}16 \text{ ден. ед.}$$

Следовательно, при жестком планировании автобус был бы куплен.

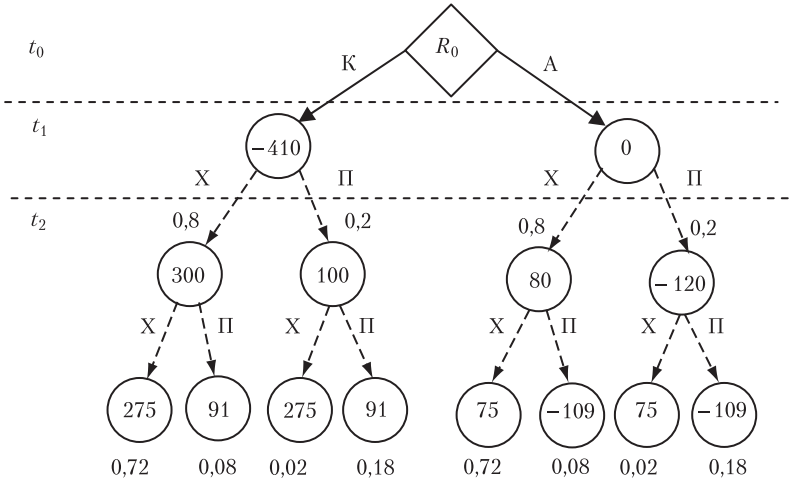

Рис. 3.11. **Дерево состояний при однократном принятии решения**

При гибком планировании кроме исходного решения в нулевом году относительно покупки (К) или аренды (А) автобуса фирма рассматривает возможность принять решение в первом году после того, как выяснится, хорошо (Х) или плохо (П) автобус заполняется пассажирами. В первом году будет решаться, продолжать перевозку пассажиров или нет. Дерево решений изображено на рис 3.12.

Поскольку в первомгоду возможны четыре различных состояния, то нужно предусмотреть четыре варианта решения: R_{11}, R_{12}, R_{13}, R_{14}. Рассмотрим последствия каждого из них.

Решение R_{11}. Если перевозки дачников продолжать и во втором году, то математическое ожидание чистых поступлений будет $0{,}9 \cdot 275 + 0{,}1 \cdot 91 = 256{,}6$ ден. ед.; если перевозки прекратить, то доходов во втором году не будет. Поэтому лучший вариант решения R_{11} — продолжить перевозки во втором году.

Решение R_{12}. Если перевозки дачников продолжать и во втором году, то математическое ожидание чистых поступлений составит $0{,}1 \cdot 275 + 0{,}9 \cdot 91 = 109{,}4$ ден. ед.; при прекращении перевозок доходов не будет. Поэтому лучший вариант решения R_{12} — продолжить перевозки во втором году.

Теперь можно рассчитать математическое ожидание *NPV* при покупке автобуса. В случае хорошей наполняемости она будет $256{,}6 + 300 - 410 = 146{,}6$ ден. ед.,

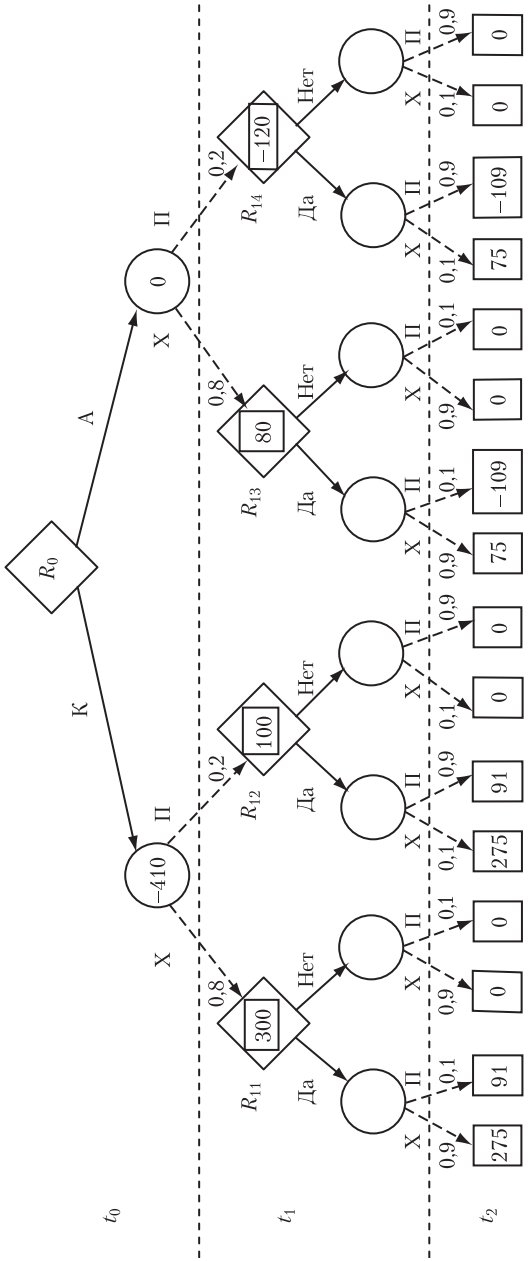

Рис. 3.12. **Дерево решений при выборе варианта перевозки дачников**

а в случае плохой наполняемости — 109,4 + 100 – 410 = – 200,6 ден. ед. Поскольку вероятность хорошей наполняемости равна 0,8, то

$$\overline{NPV}_{\text{К}} = 0{,}8 \cdot 146{,}6 - 0{,}2 \cdot 200{,}6 = 77{,}16 \text{ ден. ед.}$$

Аналогичные расчеты нужно провести при аренде автобуса.

Решение R_{13}. Если перевозки продолжать и во втором году, то математическое ожидание чистых поступлений будет 0,9 · 275 + 0,1 · 91 – 200 = 56,6 ден. ед.; при прекращении перевозок доходов не будет. Поэтому лучший вариант решения R_{13} — продолжить перевозки во втором году.

Решение R_{14}. Если перевозки продолжать и во втором году, то математическое ожидание чистых поступлений будет отрицательное: 0,1 · 275 + 0,9 · 91 – 200 = = – 90,6 ден. ед.; при прекращении перевозок доходов не будет, но и убытков тоже; следовательно, лучшее решение в этом состоянии — прекратить перевозки.

Математическое ожидание *NPV* при аренде автобуса: в случае хорошей наполняемости она составит 256,6 – 200 + 300 – 220 = 136,6 ден. ед., а в случае плохой наполняемости 100 – 220 = – 120 ден. ед., так как во втором году перевозки будут прекращены. Поскольку вероятность хорошей наполняемости 0,8, то

$$\overline{NPV}_{A} = 0{,}8 \cdot 136{,}6 - 0{,}2 \cdot 120 = 85{,}28 \text{ ден. ед.}$$

Следовательно, оптимальное решение — арендовать автобус.

Гибкое планирование отличается от жесткого значительным количеством рассматриваемых альтернатив; в примере 3.4 их было вдвое больше. В ходе гибкого планирования кроме реализуемого плана составляется множество условных планов, каждый из которых должен осуществиться только при определенных обстоятельствах. Это существенно повышает трудоемкость планирования.

3.4. Риск и его измерение

Использование математического ожидания целевого показателя при оптимизации инвестиционно-финансовой программы в условиях риска позволяет освободиться от многозначности ожидаемых результатов. Однако, даже если при расчете математического ожидания используется вся наличная информация о возможных значениях случайной величины, есть основания сомневаться в том, что принятые на его основе решения действительно являются оптимальными[1]. Так, при выборе между рисковым доходом с математическим ожиданием 100 руб. и гарантированным получением 99 руб. многие предпочтут второй вариант, поскольку в первом приходится считаться с отклонениями от ожидаемого дохода.

[1] Одним из первых на это обратил внимание Д. Бернулли и отразил в своем знаменитом «Петербургском парадоксе». См.: *Бернулли Д.* Опыт новой теории измерения жребия // Теория потребительского поведения и спроса. СПб., 1999. С. 11–27.

Возможность отклонения фактического значения случайной величины от ее математического ожидания в классической теории принятия решений называется *риском*. Для такого риска размерностью является значение возможных отклонений фактической величины от ее математического ожидания в положительном и отрицательном направлениях. Поэтому в качестве меры риска чаще всего используется вариация (дисперсия)

$$\sigma^2(\tilde{x}) = \sum_{K=1}^{S} \left(\overline{x} - \tilde{x}_K\right)^2 w_K$$

или стандартное отклонение σ (квадратный корень дисперсии), преимущество которого состоит в том, что оно имеет одинаковую с математическим ожиданием размерность.

Людей, принимающих в рисковых ситуациях решения только на основе математического ожидания, называют равнодушными к риску. Кроме них есть люди, несклонные к риску (не любящие риск), и люди, склонные к риску (считающие риск разновидностью блага). Разделить людей на указанные три группы можно, используя понятие *гарантированного эквивалента*. Он отражает определенный гарантированный доход, представляющий для индивида такую же ценность, какую имеет негарантированный доход с заданным распределением вероятностей.

Например, участникам коллективного заполнения кроссворда за отгаданное слово предлагается на выбор: либо сразу получить 50 руб. (гарантированный эквивалент), либо подойти к урне, в которой находятся два красных, три желтых и пять синих шаров, и вынуть из урны вслепую один из них. Если шар окажется красным, то игрок получает 100 руб., если желтым — 80 руб., а если синим — 10 руб. Те участники, которые захотят вынимать шар, склонны к риску, так как гарантированному доходу в размере 50 руб. они предпочитают рисковый доход с меньшим математическим ожиданием: 0,2·100 + 0,3·80 + 0,5·10 = 49 руб. Когда математическое ожидание выигрыша описанной лотереи возрастет до 50 руб. (например, в результате того, что за вынутый красный шар будут платить 105 руб.), тогда вытягивать шары захотят и равнодушные к риску игроки. Несклонные к риску участники игры пойдут к урне только тогда, когда математическое ожидание превысит гарантированный эквивалент, т.е. они требуют положительную премию за риск.

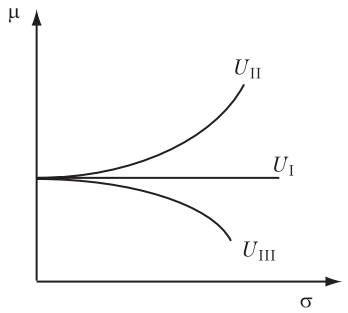

Рис. 3.13. **Кривые безразличия равнодушного (I), несклонного (II) и склонного (III) к риску индивидов**

Отношения индивидов к различным сочетаниям величин дохода и связанного с ним риска отображается в экономической теории посредством специфической функции полезности, аргументами которой являются математическое ожидание и стандартное отклонение: $U = U(\mu,\sigma)$. В графическом виде такая функция может быть представлена в виде карты безразличия. На рис. 3.13 приведены кривые безразличия трех индивидов, различающиеся по отношению к риску. Предполагается, что типичный инвестор не склонен к риску и принимает на себя риск только за определенную плату (премию).

Следовательно, для принятия оптимального решения в условиях риска кроме математического ожидания целевого показателя нужно знать его вариацию. Возможность ее определения зависит от количества параметров, формирующих целевой показатель, и характера их взаимосвязи. При простой (линейной) конструкции критерия принятия решения его вариацию можно рассчитать аналитически; когда целевой показатель представляет собой сложную функцию от многих переменных, используется метод симуляции (Монте-Карло).

Аналитический расчет. Он основан на следующих положениях теории вероятностей:

— вариация суммы случайных независимых переменных равна сумме вариаций этих переменных:

$$\sigma^2\left(\sum_{i=1}^{n}\tilde{x}_i\right)=\sum_{i=1}^{n}\sigma^2\left(\tilde{x}_i\right),$$

— если c_i — заданные константы, то

$$\sigma^2\left(\sum_{i=1}^{n}c_i\tilde{x}_i\right)=\sum_{i=1}^{n}c_i^2\sigma^2\left(\tilde{x}_i\right). \qquad (3.2)$$

Пример 3.5. Определим математическое ожидание и дисперсию *NPV* проекта вложений 50 ден. ед. с ожидаемыми стохастически независимыми чистыми поступлениями, представленными в табл. 3.4, при заданной калькуляционной

ставке процента $i = 10\%$ и сроке эксплуатации объекта вложений, равном четырем годам.

Таблица 3.4

Рисковые чистые поступления и их μ, σ^2

Экономическая конъюнктура	Годы							
	первый		второй		третий		четвертый	
	a_j	w_j	a_j	w_j	a_j	w_j	a_j	w_j
Рецессия	20	0,4	24	0,35	28	0,35	30	0,3
Оживление	22	0,5	25	0,4	30	0,5	35	0,5
Подъем	24	0,1	28	0,25	35	0,15	40	0,2
Математическое ожидание	21,4		25,4		30,05		34,5	
Вариация	1,64		2,44		5,15		12,25	

В соответствии с формулами (3.1) и (3.2)

$$\overline{NPV}=\frac{21{,}4}{1{,}1}+\frac{25{,}4}{1{,}1^2}+\frac{30{,}05}{1{,}1^3}+\frac{34{,}5}{1{,}1^4}-50=36{,}6;$$

$$\sigma^2_{eNPV}=\sum_{t=1}^{T}\sigma_t^2\left(1+r\right)^{-2t}=\frac{1{,}64}{1{,}1^2}+\frac{2{,}44}{1{,}1^4}+\frac{5{,}15}{1{,}1^6}+\frac{12{,}25}{1{,}1^8}=11{,}64.$$

Однако аналитический расчет распределения вероятностей целевого показателя практически неосуществим, когда значения формирующих его параметров коррелируют между собой и однозначно неопределенны те из них, относительно которых целевой показатель находится в нелинейной зависимости, как, например, *NPV* от ставки процента и срока службы.

Метод Монте-Карло. Практически более пригодным способом выявления формы распределения вероятностей значений целевого показателя по заданным вероятностям его параметров является метод Монте-Карло. Он основан на имитации процесса появления случайных сочетаний значений этих параметров посредством особой математической модели — генератора случайностей. Совокупность значений целевого показателя, рассчитанная по многократно сгенерированным случайным сочетаниям исходных данных, будет обладать искомым распределением вероятностей.

Пример 3.6. Имеется возможность в нулевом году вложить в производство 1000 ден. ед.; ожидается, что объект инвестирования с вероятностью 2/3 будет

эксплуатироваться пять лет, но с вероятностью 1/6 этот срок может сократиться до четырех или увеличится до шести лет. Альтернативные потоки ожидаемых чистых поступлений в зависимости от экономической конъюнктуры и вероятности ее формирования приведены в табл. 3.5.

Таблица 3.5

Ожидаемые чистые поступления при рецессии (Р), оживлении (О) и подъеме (П)

Экономическая конъюнктура	Годы (t)											
	первый		второй		третий		четвертый		пятый		шестой	
	a	w	a	w	a	w	a	w	a	w	a	w
Р	80	1/6	100	1/3	110	1/3	100	1/3	90	1/3	80	1/3
О	100	2/3	110	1/2	120	1/3	110	1/3	100	1/3	90	1/3
П	110	1/6	125	1/6	130	1/3	120	1/3	110	1/3	100	1/3

Ожидается, что калькуляционная ставка процента окажется между ставками по ссудам и займам с распределением вероятностей, представленным в табл. 3.6.

Создадим генератор случайностей в виде 13 урн с шарами, на которых записаны цифры. В первые шесть урн, соответствующих шести годам планового периода, положим по шесть шариков в следующем ассортименте: в первую урну по одному шару с цифрами 80 и 110 и четыре шара с цифрой 100; во вторую урну два шара с цифрой 100, три шара с цифрой 120 и шар с цифрой 130; и т.д. На шарах в урнах с 7 по 12 напишем цифры возможных ставок процента в каждом из шести годов. В каждой из этих урн будет по 36 шаров. В седьмую урну, представляющую первый год, положим по одному шару с цифрами 0,08; 0,12; 0,1; 0,14; по четыре шара с цифрами 0,1; 0,09; 0,13; 0,12 и 16 шаров с цифрой 0,11. Аналогично заполняются урны с 8-ю по 12-ю. В 13-ю урну положим шесть шаров: по одному с цифрами 4 и 6 и четыре с цифрой 5.

Теперь запустим наш генератор случайных состояний внешней среды. Вынимаем из 13-й урны шар. Если на нем выпадет цифра 6, то достаем из всех других урн по одному шару и получаем первое возможное сочетание параметров *NPV* инвестиционного проекта. Если на 13-м шаре выпадет цифра 5, то из 6-й и 12-й урн шары вынимать не нужно. В результате многократного повторения описанной процедуры получим распределение вероятностей возможных значений *NPV*.

На рис. 3.14 представлены результаты тысячекратного повторения описанной процедуры, произведенного компьютером по специальной программе. Рассчитанные на их основе значения математического ожидания и стандартного отклонения *NPV* рассматриваемого проекта равны соответственно 377 и 30 ден. ед.

Таблица 3.6

Ожидаемые значения калькуляционной ставки процента при рецессии (Р), оживлении (О) и подъеме (П)

Первый год	Низкая (w = 1/6)	Средняя (w = 2/3)	Высокая (w = 1/6)
Р (w = 1/6)	0,08	0,1	0,12
О (w = 2/3)	0,09	0,11	0,13
П (w = 1/6)	0,1	0,12	0,14
Второй год	Низкая (w = 1/3)	Средняя (w = 1/2)	Высокая (w = 1/6)
Р (w = 1/3)	0,09	0,12	0,14
О (w = 1/2)	0,1	0,13	0,15
П (w = 1/6)	0,11	0,14	0,16
Третий год	Низкая (w = 1/3)	Средняя (w = 1/3)	Высокая (w = 1/3)
Р (w = 1/3)	0,1	0,11	0,12
О (w = 1/3)	0,13	0,14	0,15
П (w = 1/3)	0,15	0,16	0,17
Четвертый год	Низкая (w = 1/3)	Средняя (w = 1/3)	Высокая (w = 1/3)
Р (w = 1/3)	0,12	0,15	0,18
О (w = 1/3)	0,13	0,16	0,19
П (w = 1/3)	0,14	0,17	0,2
Пятый год	Низкая (w = 1/3)	Средняя (w = 1/3)	Высокая (w = 1/3)
Р (w = 1/3)	0,15	0,16	0,17
О (w = 1/3)	0,15	0,16	0,17
П (w = 1/3)	0,15	0,16	0,17
Шестой год	Низкая (w = 1/3)	Средняя (w = 1/3)	Высокая (w = 1/3)
Р (w = 1/3)	0,15	0,16	0,17
О (w = 1/3)	0,15	0,16	0,17
П (w = 1/3)	0,15	0,16	0,17

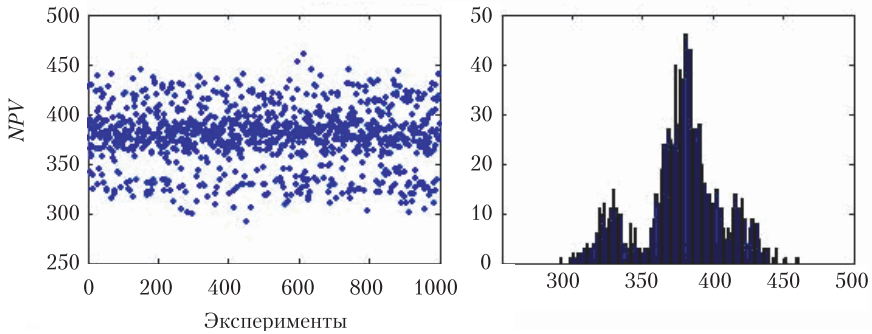

Рис. 3.14. **Распределение значений *NPV* инвестиционного проекта**

Итак, зная распределение вероятностей множества случайных исходов, можно определить математическое ожидание не только отдачи инвестиций, но и ее риска. Однако при вложениях в производственные объекты (реальный капитал) это связано с большими трудностями. Производственные капиталовложения, как правило, окупаются в течение нескольких периодов. В многопериодных инвестиционно-финансовых задачах объем информации, необходимый для их решения на основе классического принципа, часто превышает приемлемые для инвестора размеры. Кроме того, при расчетах математического ожидания и дисперсии в явной форме не отражается такая особенность оценки результатов вложений в реальный капитал, как межвременные предпочтения инвесторов.

Классическая теория принятия решений в условиях риска (метод $\mu - \sigma$) позволяет получить теоретически интересные и практически полезные результаты в однопериодных моделях инвестиционно-финансовой деятельности, в которых затраты осуществляются в начале периода, а результаты ожидаются в его конце.

С такой ситуацией инвестор сталкивается на рынке ценных бумаг. Поскольку финансовые активы в любой момент можно продать, то планировать свою деятельность на этом рынке инвестор может посредством однопериодных моделей. К каким результатам привело использование метода $\mu - \sigma$ в теории корпоративных финансов, рассматривается в следующей главе.

Краткие выводы

Как правило, во время разработки инвестиционно-финансовых программ однозначно определить отдачу инвестиций невозможно из-за того, что в ходе реализации программы возникают непредвиденные обстоятельства, меняющие результаты работы фирмы. Это осложняет определение экономической эффективности инвестиций.

Одним из способов снижения неопределенности является анализ чувствительности критерия оптимальности формируемой программы к факторам (параметрам), определяющим его значение. Такой анализ позволяет рационально распределять затраты по уточнению прогнозов.

Когда существует возможность определить не только всевозможные экономически значимые состояния внешней среды, но и вероятность появления каждого из них, тогда для принятия отдельного инвестиционного решения или разработки инвестиционно-финансовой программы можно использовать математическое ожидание целевого показателя. В простых задачах с линейными зависимостями значения целевого показателя от определяющих его факторов математическое ожидание рассчитывается аналитически, а при сложных нелинейных зависимостях — на основе симуляции процесса отдачи инвестиций.

Рентабельность инвестиционной программы в условиях неопределенности и риска можно повысить, если имеется возможность осуществить ее разработку и реализацию на основе гибкого планирования, позволяющего корректировать и дополнять ранее принятые решения с учетом вновь поступающей информации. В настоящее время существуют хорошо разработанные методы такого планирования.

Несмотря на то что при определении математического ожидания целевого показателя используется вся имеющаяся на текущий момент информация о возможных состояниях внешней среды, типичному инвестору недостаточно знать математическое ожидание прироста его имущества в результате инвестиций. Он сопоставляет ожидаемый прирост с сопутствующем ему риском — величиной возможного отклонения фактического результата от ожидаемого. Объем сбережений (инвестиций на рынке финансов) несклонного к риску инвестора определяется на основе максимизации его функции полезности, значение которой уменьшается по мере увеличения риска ожидаемого дохода. В зависимости от склонности к риску каждый инвестор посредством операций на рынке финансов так формирует структуру своего имущества, чтобы оно обладало желаемым сочетанием доходность — риск.

Литература

1. *Блех Ю., Гетце У.* Инвестиционные расчеты. Калининград, 1997. Гл. 5. Модели принятия единичных решений в условиях неопределенности; гл. 6. Модели программных решений в условиях неопределенности.

2. *Брейли Р., Майерс С.* Принципы корпоративных финансов. М., 2005. Гл. 10. Проект — это не черный ящик.

3. *Крушвиц Л.* Финансирование и инвестиции. СПб., 2000. Гл. 3. Принятие решений в условиях неопределенности.

4. *Крушвиц Л.* Инвестиционные расчеты. СПб., 2001. Гл. 5. Принятие инвестиционных решений в условиях риска.

5. *Пайк Р., Нил Б.* Корпоративные финансы и инвестирование. СПб., 2006. Гл. 9. Анализ риска инвестиций.

6. *Сигел Э. Ф.* Практическая бизнес-статистика. М., 2004. Гл. 6. Вероятность: разбираемся в случайных ситуациях.

Глава 4

Теория портфеля и модели оценки капитальных активов

4.1. Поведение инвестора на рынке финансов

Теория портфеля описывает, как не расположенному к риску индивиду вложить свои сбережения на рынке финансов, чтобы достичь желаемого соотношения между доходностью и риском. Модели оценки капитальных активов определяют равновесную доходность рисковых активов при предположении, что все агенты вторичного рынка ценных бумаг ведут себя в соответствии с теорией портфеля.

В качестве исходных предпосылок в теории портфеля предполагается, что:

— программа инвестиций в финансовые активы составляется на один период, в начале которого осуществляются вложения, а в конце поступают доходы;

— ожидаемая доходность акции за период определяется по формуле:

$$\bar{r} = \frac{\bar{D}_1 + \bar{Z}_1}{Z_0} - 1,$$

где $\bar{D}_1$ и $\bar{Z}_1$ — ожидаемые в конце периода соответственно дивиденд на акцию и ее цена (курс), Z_0 — заданная цена акции в начале периода;

— риск дохода на акции измеряется вариацией или стандартным отклонением;

— акции бесконечно делимы и продаются на совершенном рынке, на котором нет транзакционных издержек, барьеров при входе и выходе и информация распределена между участниками сделок симметрично.

В соответствии с теорией портфеля процесс составления оптимальной инвестиционной программы на рынке капитала сводится к трем последовательным шагам:

1) выявлению множества всевозможных сочетаний ожидаемой доходности и риска портфеля по мере изменения его структуры;

2) определению множества эффективных портфелей; эффективными признаются те портфели, которые имеют либо максимальную ожидаемую доходность при заданной мере риска, либо минимальный риск при заданной ожидаемой доходности;

3) выбору из множества эффективных портфелей оптимального, наилучшим образом соответствующего предпочтениям инвестора относительно доходности и риска.

4.1.1. Доходность и риск портфеля с двумя разновидностями акций

Поскольку акции, как правило, различаются по амплитуде и направлению колебаний их доходностей, то посредством изменения ассортимента покупаемых акций (структуры портфеля) можно регулировать сочетание ожидаемой доходности и риска финансовых вложений.

При наличии только двух разновидностей акций *A* и *B* ожидаемая доходность портфеля в соответствии с формулой (3.1) равна:

$$\bar{r}_p = g_A \bar{r}_A + (1 - g_A)\bar{r}_B, \qquad (4.1)$$

где $\bar{r}_p$, $\bar{r}_A$, $\bar{r}_B$ — ожидаемые доходности соответственно портфеля и акций; g_A — доля акции *A* в общей ценности портфеля; $(1 - g_A) = g_B$ — доля акции *B*.

Как рассчитывается доля каждого вида акций в ценности портфеля, показано в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Доля акций в ценности портфеля

Разновидность акций	Количество, (шт)	Курс, (руб)	Суммарная ценность, (руб)	Доля
A	100	9	900	1/3
B	150	12	1800	2/3
Портфель	250		2700	1

Из равенства (4.1) следует, что доходность портфеля не может превышать доходность наиболее доходной акции. В связи с этим равно-

душный к риску инвестор будет покупать только наиболее доходную акцию. Поскольку типичные инвесторы обращают внимание не только на величину дохода, но и на связанный с ним риск, то им для составления оптимального портфеля нужно выявить все множество возможных сочетаний доходности и риска портфеля.

Измеряемый вариацией риск портфеля из двух акций можно представить в виде[1]

$$\sigma_p^2 = g_A^2\sigma_A^2 + \left(1-g_A\right)^2\sigma_B^2 + 2g_A\left(1-g_A\right)\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_A, \tilde{r}_B\right).$$

В теории портфеля характер и меру взаимозависимости двух случайных переменных часто бывает удобней выражать не ковариацией, а посредством коэффициента корреляции, который рассчитывается по формуле

$$\rho_{x,y} = \operatorname{cov}\left(\tilde{x}, \tilde{y}\right)/\sigma_x\sigma_y.$$

Значение коэффициента корреляции находится в интервале $-1 \le \rho \le +1$. Если $\operatorname{cov}\left(\tilde{x}, \tilde{y}\right) = 0$ (соответственно $\rho = 0$), то x и y являются независимыми случайными переменными; при $\rho = 1$ случайные значения x и y находятся в положительной, а при $\rho = -1$ в отрицательной линейной зависимости. На рис. 4.1 показано, как располагаются точки, представляющие сочетания доходностей двух ценных бумаг при $\rho \to 0$, $\rho \to +1$ и $\rho \to -1$.

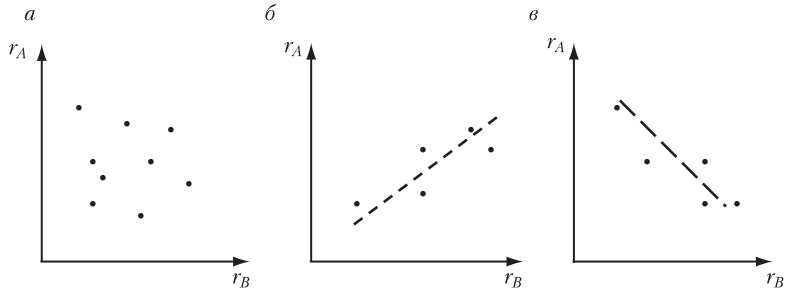

Рис. 4.1. **Нулевая (*а*), положительная (*б*) и отрицательная (*в*) корреляция между доходностью двух акций**

[1] См.: Математическое приложение 1 к данной главе.

При использовании коэффициента корреляции вариация портфеля из двух разновидностей акций равна:

$$\sigma_p^2 = g_A^2\sigma_A^2 + \left(1-g_A\right)^2\sigma_B^2 + 2g_A\left(1-g_A\right)\sigma_A\sigma_B\,\rho_{A,B}. \qquad (4.2)$$

Чтобы сопоставить риск портфеля с риском входящих в него акций, рассчитаем средневзвешенный риск акций

$$\bar{\sigma} = g_A\sigma_A + \left(1-g_A\right)\sigma_B$$

и возведем обе части этого равенства в квадрат

$$\bar{\sigma}^2 = g_A^2\sigma_A^2 + \left(1-g_A\right)^2\sigma_B^2 + 2g_A\left(1-g_A\right)\sigma_A\sigma_B. \qquad (4.3)$$

Из сравнения формул (4.2) и (4.3) очевидно, что при $\rho_{A,B} < 1$, т.е. во всех случаях, кроме совершенной положительной корреляции доходностей акций, риск портфеля меньше среднего риска входящих в него акций.

Решим равенство (4.2) относительно g_A:

$$g_A = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_A\sigma_B\rho_{A,B}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A\sigma_B\rho_{A,B}} \pm$$

$$\pm\frac{\sqrt{\left(2\sigma_A\sigma_B\rho_{A,B} - 2\sigma_B^2\right)^2 - 4\left(\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A\sigma_B\rho_{A,B}\right)\left(\sigma_B^2 - \sigma_p^2\right)}}{2\left(\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A\sigma_B\rho_{A,B}\right)}.$$

Подставив это значение g_A в выражение (4.1), получим функциональную зависимость доходности портфеля из двух акций от его риска. На рис. 4.2 показано, как выглядят графики функции $\bar{r}_p\left(\sigma_p\right)$ портфеля из двух акций A и B с ожидаемыми доходностями $\bar{r}_A = 12$, $\bar{r}_B = 18$ и стандартными отклонениями $\sigma_A = 4$, $\sigma_B = 6$ при четырех различных коэффициентах корреляции.

На рис. 4.2 наглядно проиллюстрирована зависимость риска портфеля от коэффициента корреляции находящихся в портфеле акций. В тех случаях, когда $\rho_{A,B} < 1$, график функции $\bar{r}_p\left(\sigma_p\right)$ имеет точку перегиба, делящую область выбора инвестора на две части: верхнюю и нижнюю. Все портфели, представленные нижней частью кривой $\bar{r}_p\left(\sigma_p\right)$, неэффектив-

ны потому, что каждому из них на верхней части кривой соответствует портфель с таким же риском и большей доходностью.

Соотношение между различными множествами сочетаний $\bar{r}_p, \sigma_p$, представленными на рис. 4.2, можно пояснить так. При $\rho_{A,B} = 1$ не только доходность портфеля, но и его риск являются средневзвешенными величинами характеристик обеих акций. При $\rho_{A,B} < 1$ точка, представляющая сочетание $\bar{r}_p, \sigma_p$, «съезжает» с прямой, соединяющей характеристики обеих акций, влево на расстояние, зависящее от величины $\rho_{A,B}$.

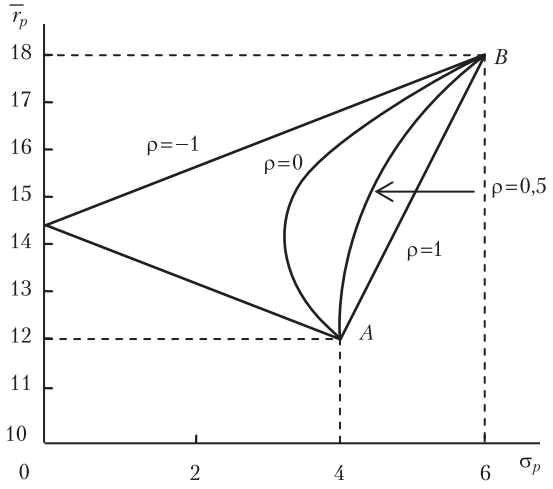

Рис. 4.2. **Зависимость доходности и риска портфеля от коэффициента корреляции**

Обратим также внимание на то, что при $-1 < \rho_{A,B} < 1$ множество эффективных портфелей представляет выпуклая вверх кривая.

Как следует из равенства (4.2), риск портфеля, состоящего из двух акций, является функцией от одной переменной g_A. Риск становится минимальным при

$$\frac{d\sigma_p^2}{dg_A} = 2g_A\sigma_A^2 - 2\left(1-g_A\right)\sigma_B^2 + 2\left(1-g_A\right)\sigma_A\sigma_B\,\rho_{A,B} -$$

$$-2g_A\sigma_A\sigma_B\rho_{A,B} = 0 \Rightarrow g_A^* = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_A\sigma_B\,\rho_{A,B}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A\sigma_B\,\rho_{A,B}}.$$

Чтобы убедиться в том, что найденный экстремум является минимумом, определим вторую производную функции (4.2):

$$\frac{d^2\sigma_p^2}{dg_A^2} = 2\sigma_A^2 + 2\sigma_B^2 - 4\sigma_A\sigma_B\,\rho_{A,B}.$$

Так как $-1 \le \rho \le +1$, то вторая производная всегда положительна; следовательно, g_A^* соответствует портфелю с минимальным риском.

При $\rho = -1$ портфель с минимальным риском имеет следующую структуру:

$$g_A^* = \frac{\sigma_B}{\sigma_A + \sigma_B}; \quad g_B^* = \frac{\sigma_A}{\sigma_A + \sigma_B}. \tag{4.4}$$

Такой портфель имеет нулевой риск. В этом можно убедиться, подставив значения из (4.4) в формулу (4.2) при $\rho_{A,B} = -1$:

$$\sigma_p^2 = \frac{\sigma_B^2}{\left(\sigma_A + \sigma_B\right)^2}\sigma_A^2 + \frac{\sigma_A^2}{\left(\sigma_A + \sigma_B\right)^2}\sigma_B^2 -$$

$$-2\frac{\sigma_A}{\sigma_A + \sigma_B}\cdot\frac{\sigma_B}{\sigma_A + \sigma_B}\sigma_A\sigma_B = 0.$$

Как из двух рисковых активов может получиться безрисковый портфель, наглядно представлено на рис. 4.3, где изображено изменение доходности двух акций при $\rho = -1$. Несмотря на колебания доходности каждой из акций, доходность портфеля постоянна.

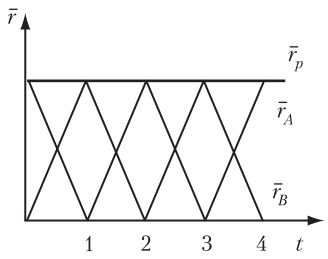

Рис. 4.3. **Безрисковый портфель из двух акций**

При совершенной положительной корреляции двух акций ($\rho_{A,B} = 1$) структура портфеля с минимальным риском такова:

$$g_A^* = \frac{\sigma_B}{\sigma_B - \sigma_A}; \quad g_B^* = \frac{\sigma_A}{\sigma_A - \sigma_B}. \tag{4.5}$$

Он тоже может быть безрисковым, так как

$$\sigma_p^2 = \left(\frac{\sigma_B}{\sigma_B - \sigma_A}\right)^2 \sigma_A^2 + \left(\frac{\sigma_A}{\sigma_A - \sigma_B}\right)^2 \sigma_B^2 - 2\left(\frac{\sigma_A \sigma_B}{\sigma_A - \sigma_B}\right)^2 = 0.$$

Но при этом, как следует из формул (4.5), определяющих доли каждого вида акций этого портфеля, одна из них должна быть отрицательной: если $\sigma_B > \sigma_A$, то $g_B^* < 0$, а если $\sigma_A > \sigma_B$, то $g_A^* < 0$. На практике этому соответствует продажа акций «без покрытия», т.е. взятых взаймы на время.

4.1.2. Доходность и риск портфеля из n разновидностей акций

Множество эффективных портфелей, состоящих из n разновидностей акций, можно выявить следующим образом.

Составим портфель с минимальным риском из двух акций A и B (на рис. 4.4 он представлен точкой C) и будем рассматривать его в качестве отдельного финансового актива. Добавим в портфель третью акцию D, имеющую большую доходность и больший риск, чем актив C, но меньшую доходность и больший риск, чем у лучшей из двух первых акций, т.е. акции B. Если доходность акции D коррелирует с доходностями двух других акций так, что $-1 < \rho_{A,D} < 1$ и $-1 < \rho_{B,D} < 1$, то и $-1 < \rho_{C,D} < 1$. В этом случае, как было отмечено выше, множество эффективных портфелей с активом C и акцией D принимает вид выпуклой вверх кривой, исходящей из точки C и заканчивающейся в точке D.

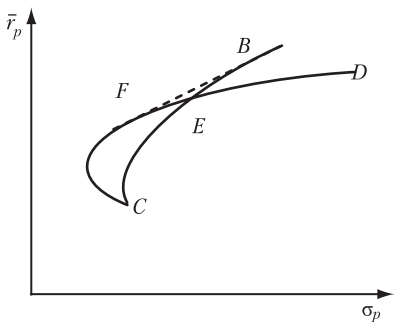

Рис. 4.4. **Множество эффективных портфелей из трех акций**

Кривая CD — это множество сочетаний r_p, σ_p, соответствующих портфелям из трех видов акций: A, B и C. Очевидно, что отрезок DE этой кривой, расположенный правее кривой CB, соответствует неэффективным портфелям. Но и отрезок BE кривой CB, расположенный выше кривой CD, не представляет теперь эффективные портфели. Чтобы убедиться в этом, проведем из точки B касательную к кривой CD. Точка касания F представляет один из эффективных портфелей с тремя разновидностями акций. Если из него и акции B составлять различные портфели, то соответствующая им кривая эффективных портфелей будет выпуклой вверх. Следовательно, область выбора эффективного портфеля из трех видов акций A, B и C будет проходить выше прямой FB.

По мере добавления в портфель новых разновидностей акций множество эффективных портфелей будет смещаться влево из-за того, что при $\rho_{i,j} < 1$ риск портфеля меньше среднего риска входящих в него акций.

Полученный вывод лежит в основе «наивной» диверсификации портфеля ценных бумаг, суть которой состоит в том, что инвестор, не имея возможности собрать все необходимые данные для определения структуры портфеля по оптимизационной модели, распределяет свои финансовые вложения поровну между всеми разновидностями акций. По мере увеличения ассортимента включаемых в портфель акций его риск монотонно снижается до средней ковариации входящих в него ценных бумаг. Этот вывод был неоднократно подтвержден статистическими исследованиями реальных фондовых рынков. Так, американские экономисты Дж. Эванс и С. Арчер[1] по данным обращавшихся в 1958—1967 гг. на Нью-Йоркской фондовой бирже ценных бумаг установили следующую зависимость между величиной «наивно» диверсифицированного портфеля и его риском:

$$\sigma_p = 11{,}91 + 8{,}63/n,$$

где n — число обращающихся на рынке акций.

Аналогичные исследования, проведенные на швейцарском фондовом рынке в начале 1980-х гг.[2], показали, что

$$\sigma_p = 16{,}25 + 11{,}27/n.$$

Снижение риска портфеля за счет его диверсификации имеет предел, который называют *недиверсифицируемым риском*. Он отражает непредвиденные события, определяющие колебания национального

[1] *Evans J., Archer S.* Diversification and the reduction of dispersion: An empirical analysis // Journal of Finance, 1968. Vol. 23. P. 761—767.

[2] *Vock T., Zimmermann H.* Risiken und Renditen schweizerischen Aktien // Schweizerische Zeitschrift für Völkswirtschaft und Statistik, 1984. Apr. S. 547—576.

или мирового хозяйства. Разность между общим риском портфеля и недиверсифицируемым риском называют *диверсифицируемым риском*. Он порождается специфическими условиями функционирования отдельных отраслей или фирм, и его можно асимптотически приближать к нулю за счет диверсификации портфеля.

4.1.3. Оптимальная структура портфеля акций

На множестве эффективных портфелей каждый инвестор выбирает тот, который наилучшим образом соответствует его предпочтениям относительно доходности и риска, т.е. максимизирует его функцию полезности. Так как кривая эффективных портфелей выпукла вверх, а кривая безразличия нерасположенного к риску инвестора выпукла вниз (см. рис. 3.13), то получаем однозначное решение.

Пример 4.1. Составим для индивида с функцией полезности оптимальный $U = 4\bar{r}_p - \sigma_p^2$ портфель из двух акций, имеющих следующие показатели: $r_A = 9$; $\sigma_A = 3$; $r_B = 20$; $\sigma_B = 6$; $\rho_{A,B} = 0{,}3$.

Ожидаемая доходность такого портфеля

$$\bar{r}_p = 9g_A + 20(1 - g_A) \Rightarrow g_A = 1{,}82 - 0{,}091\,\bar{r}_p.$$

На этом основании запишем формулу дисперсии портфеля следующим образом:

$$\sigma_p^2 = 9(1{,}82 - 0{,}091\,\bar{r}_p)^2 + 36(0{,}091\,\bar{r}_p - 0{,}82)^2 + 10{,}8(1{,}82 -$$

$$- 0{,}091\,\bar{r}_p)(0{,}091\,\bar{r}_p - 0{,}82) = 0{,}283\,\bar{r}_p - 5{,}756\,\bar{r}_p + 37{,}83.$$

Это значение дисперсии подставим в функцию полезности

$$U = 4\bar{r}_p - 0{,}283\,\bar{r}_p + 5{,}756\,\bar{r}_p - 37{,}83 = 9{,}756\,\bar{r}_p - 0{,}283\,\bar{r}_p - 37{,}83.$$

Она принимает максимальное значение при

$$dU/d\bar{r}_p = 9{,}756 - 0{,}566\,\bar{r}_p = 0 \Rightarrow \bar{r}_p = 17{,}3;$$

$$g_A = 1{,}82 - 0{,}091 \cdot 17{,}3 = 0{,}245;\ g_B = 0{,}755;\ \sigma_p = 4{,}8.$$

Графическое решение этой задачи приведено на рис. 4.5.

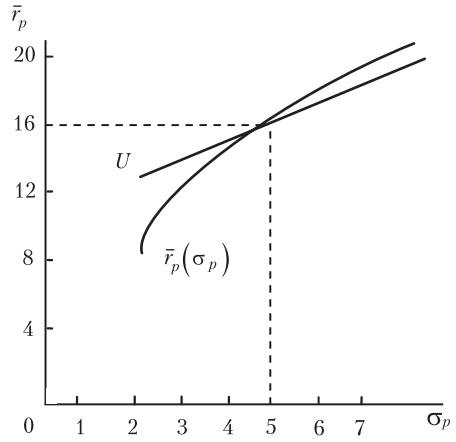

Рис. 4.5. **Оптимальный портфель**

Алгебраическая модель формирования оптимального портфеля из n числа акций и числовой пример приведены в Математическом приложении 2 к данной главе.

4.1.4. Оптимальная структура смешанного финансового портфеля

Если инвестор одновременно с покупкой акций может ссужать и занимать деньги по фиксированной ставке процента (i), то его портфель будет состоять из двух качественно разных долей: рисковой (g) и безрисковой ($1 - g$). Назовем такой портфель смешанным. Математическое ожидание доходности смешанного портфеля рассчитывается по формуле

$$\bar{r}_\text{v} = g\bar{r}_p + (1 - g)\,i = i + (\bar{r}_p - i)g,$$

где $\bar{r}_\text{v}$ — ожидаемая доходность смешанного портфеля; $\bar{r}_p$ — ожидаемая доходность его рисковой части, состоящей из акций.

Поскольку на денежном рынке можно не только ссужать, но и занимать, то g может быть больше единицы, а $(1 - g)$ соответственно меньше единицы. Если, например, из каждых 100 руб., вложенных индивидом в покупку акций, только 80 руб. его собственные, а 20 руб. заемные, то $g = 1{,}25$.

Так как ставка процента однозначно определена, то риск смешанного портфеля равен риску содержащегося в нем пакета акций:

$$\sigma_\nu^2 = g^2\sigma_p^2 \Rightarrow \sigma_\nu = g\sigma_p.$$

Из приведенных формул очевидно, что ожидаемая доходность смешанного портфеля и ее стандартное отклонение линейно зависят от g; поэтому между ними тоже существует линейная зависимость:

$$r_\nu = i + \left(\overline{r}_p - i\right)\frac{\sigma_\nu}{\sigma_p}.$$

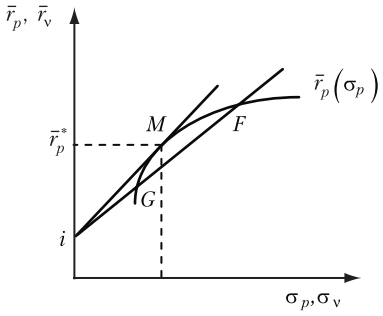

Рис. 4.6. **Оптимальный смешанный портфель**

Следовательно, множество сочетаний $\overline{r}_\nu, \sigma_\nu$ смешанного портфеля образует прямую линию. На рис. 4.6 прямая iG представляет такое множество для портфеля, в котором содержится пакет акций, соответствующий одной из точек на отрезке FG.

Наклон прямой линии, представляющей множество сочетаний $\overline{r}_\nu, \sigma_\nu$ смешанного портфеля, зависит от того, какой пакет акций будет выбран на множестве $\overline{r}_p, \sigma_p$.

Не расположенный к риску инвестор заинтересован в том, чтобы эта прямая имела как можно больший наклон к оси абсцисс (чтобы при неизменном риске увеличивалась ожидаемая доходность смешанного портфеля). В то же время область выбора смешанного портфеля должна иметь хотя бы одну общую точку с множеством эффективных портфелей акций. Поэтому множество эффективных смешанных портфелей представляет прямая, являющаяся касательной к множеству сочетаний $\overline{r}_p, \sigma_p^*$; ее уравнение имеет вид

$$\overline{r}_\nu = i + \frac{\overline{r}_p^* - i}{\sigma_p^*}\sigma_\nu,$$

где $\overline{r}_p^*$ и σ_p^* — ожидаемая доходность и риск портфеля акций, соответствующего точке касания прямой, пересекающей ось ординат в точке

i, и кривой множества эффективных портфелей рисковых активов; на рис. 4.6 — это прямая iM.

Из проведенного анализа следует, что структура пакета акций, содержащегося в *эффективном* смешанном портфеле, определяется заданной ставкой процента и ожиданиями инвесторов относительно доходностей различных акций, но не зависит от предпочтений инвесторов, касающихся их доходности и риска. Для инвестора, оперирующего на рынке финансов, есть только один эффективный (а потому и оптимальный) пакет акций — тот, который соответствует точке касания прямой $\overline{r}_\nu(\sigma_\nu)$ с кривой $\overline{r}_p(\sigma_p)$; на рис 4.6 — точке M.

В связи с этим на рынке финансов функция полезности индивида определяет только пропорцию распределения его финансовых вложений между рисковыми и безрисковыми активами. Влияние предпочтений инвестора относительно доходности и риска на структуру его смешанного портфеля наглядно представлено на рис. 4.7.

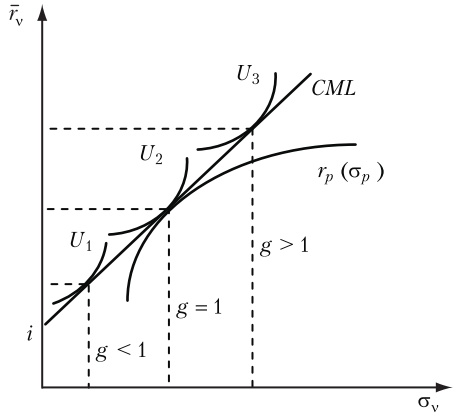

Рис. 4.7. **Оптимизация структуры смешанного портфеля**

Наличие рынка денег позволяет любому инвестору продать часть купленного им пакета акций и вырученные деньги отдать в ссуду. Так поступил инвестор, который имеет функцию полезности, соответствующую на рис. 4.7 кривой безразличия U_1. Эта операция снизит доходность его финансовых вложений, но одновременно уменьшится и их риск. Те инвесторы, которые хотят иметь пакет акций, превышающий их собственные средства (на рис. 4.7 их функцию полезности представляет кривая безразличия U_3), могут взять ссуду и купить дополнительное количество акций в оптимальном ассортименте, увеличивая тем самым ожидаемую доходность и риск своего смешанного портфеля.

Таким образом, на совершенном рынке финансов задача оптимизации структуры вложений в рисковые активы (формирование структуры портфеля акций) решается отдельно от задачи оптимизации финансовых вложений в целом (распределения сбережений между рынками

капитала и денег). Этот вывод получил название *теоремы сепаратности Тобина*[1].

4.2. Равновесие на рынке финансов

Допустим, что все инвесторы ведут себя в соответствии с теорией портфеля и на рынке финансов установилось равновесие. Это значит, что все находящиеся в обращении (предложенные эмитентами) акции находятся в портфелях инвесторов (соответствуют рыночному спросу), т.е. сумма ценностей всех индивидуальных портфелей равна совокупной ценности обращающихся на рынке акций. Поскольку структура портфелей у всех инвесторов одинакова, то и совокупность обращающихся на рынке акций (рыночный портфель) имеет такую же структуру. Следовательно, в состоянии равновесия на рынке капитала обращается множество акций представленное на рис. 4.6 точкой *M*. Иначе говоря, точка касания множества эффективных смешанных портфелей (прямой $\overline{r}_\nu(\sigma_\nu)$) с множеством эффективных портфелей акций (кривой $\overline{r}_p(\sigma_p)$) представляет равновесный рыночный портфель: $\overline{r}_p^* \equiv \overline{r}_M$ и $\sigma_p^* \equiv \sigma_M$. Это совершенно диверсифицированный портфель, доходность которого подвержена только систематическому риску.

Равновесие на рынке капитала сохраняется до тех пор, пока ожидания инвесторов относительно доходности и риска их портфелей оправдываются рынком; в противном случае они начнут продавать свои акции, и в результате предложение будет превышать спрос до тех пор, пока снижение цены акций не повысит их доходность до ожидаемого инвесторами уровня. В связи с этим в состоянии равновесия на рынке капитала ожидаемая доходность любого смешанного портфеля определяется по формуле

$$\overline{r}_\nu = i + (\overline{r}_M - i)\frac{\sigma_\nu}{\sigma_M}.$$

Соответствующая ей прямая линия называется *линией рынка капитала* (*Capital market line — CML*), хотя точнее было бы называть ее линией рынка финансов, поскольку она представляет область эффективного выбора инвестора, оперирующего одновременно на обоих сегментах финансового рынка: рынке капитала (акций) и рынке денег.

[1] Дж. Тобин — американский экономист, лауреат Нобелевской премии по экономике за 1981 г.

Рыночная цена риска. Ожидаемая доходность смешанного портфеля превышает гарантированную доходность вложений на рынке денег на величину, которую можно интерпретировать как премию за риск, потому что инвестор вложил часть своих денег в рисковые ценные бумаги. Премия за риск есть произведение количества риска, измеряемого долей рисковой части смешанного портфеля ($\sigma_\nu/\sigma_M = g$), на рыночную цену риска $(\overline{r}_M - i)$.

Таким образом, рынок капитала определяет не только цены обращающихся на нем ценных бумаг, но и цену специфического товара — риска. Его цена, как и любая цена на рынке совершенной конкуренции, предстает перед агентами финансового рынка в качестве экзогенно заданной величины.

Поскольку доходность портфеля является средневзвешенной суммой доходностей его акций, то и премию за риск портфеля можно представить как средневзвешенную сумму премий за риск входящих в портфель акций:

$$\sum_j^n g_j(\overline{r}_j - i) = \sum_j^n g_j \overline{r}_j - \sum_j^n g_j i = \overline{r}_M - i,$$

где g_j — доля акций *j*-й разновидности в ценности рыночного портфеля.

4.2.1. Концепция CAPM

Как было отмечено выше (см. формулы (4.2) и (4.3)), при измерении риска вариацией или стандартным отклонением риск портфеля оказывается меньше средневзвешенного риска находящихся в нем акций, т.е. $\sigma_p < \sum_{j=1}^n g_j\sigma_j$, так как большинство акций имеет друг с другом корреляцию меньше единицы. Но можно использовать другую меру риска, которая обеспечивает равенство риска портфеля сумме рисков составляющих его акций. Определим ее.

Вариацию портфеля можно рассчитать по формуле[1]:

$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n g_j g_k \sigma_{j,k},$$

[1] См.: Математическое приложение 1 к данной главе.

где $\sigma_{j,k}$ – ковариация доходностей акций j и k.

Перепишем ее следующим образом:

$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^{n} g_j \left(\sum_{k=1}^{n} g_k \sigma_{j,k} \right). \tag{4.6}$$

В выражении (4.6) скобками выделена средневзвешенная ковариация отдельной акции; при этом весами служат доли каждого вида акций в рыночном портфеле. Иначе говоря, в скобках стоит ковариация ожидаемой доходности отдельной акции с ожидаемой доходностью портфеля:

$$\sum_{k=1}^{n} g_k \sigma_{j,k} \equiv \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j, \tilde{r}_p\right) \equiv \sigma_{j,p}.$$

Таким образом, правая часть равенства (4.6) есть средневзвешенная сумма ковариаций доходностей содержащихся в портфеле акций с доходностью данного портфеля:

$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^{n} g_j \sigma_{j,p}.$$

Следовательно, не только доходности акций, но и их риски аддитивны, если последние измерять посредством ковариации доходностей содержащихся в портфеле акций с доходностью самого портфеля.

При равновесии на финансовом рынке

$$\sigma_M^2 = \sum_{j=1}^{n} g_j \sigma_{j,M}.$$

Поскольку $\sigma_{j,M}$ является ковариацией доходности j-й акции с доходностью совершенно диверсифицированного (равновесного) портфеля, то представляемый ею риск нельзя снизить за счет диверсификации финансовых активов. Поэтому риск, измеряемый посредством $\sigma_{j,M}$, называется *систематическим*; он порождается текущим состоянием экономики в целом. Разность $\sigma_j^2 - \sigma_{j,M}$ представляет риск, проистекающий из специфических условий бизнеса фирмы, эмитировавшей акцию j, и называется *несистематическим* (диверсифицируемым) риском.

При равновесии на рынке капитала отношение премии за риск к величине риска по всем разновидностям акций должно быть одинаковым (должен выполняться второй закон Госсена):

$$\frac{\bar{r}_1 - i}{\sigma_{1,M}} = \frac{\bar{r}_2 - i}{\sigma_{2,M}} = \cdots = \frac{\bar{r}_n - i}{\sigma_{n,M}}. \tag{4.7}$$

Если, например, имеет место соотношение

$$\frac{\bar{r}_k - i}{\sigma_{k,M}} > \frac{\bar{r}_{k+1} - i}{\sigma_{k+1,M}},$$

то для несклонных к риску инвесторов акции фирмы k предпочтительней акций фирмы $k+1$, и они будут стремиться изменить соотношение этих акций в своем портфеле, что свидетельствует о неравновесии рынка.

Из условия (4.7) следует, что

$$\frac{\bar{r}_j - i}{\sigma_{j,M}} = \frac{\sum g_j \left(\bar{r}_j - i\right)}{\sum g_j \sigma_{j,M}} = \frac{\bar{r}_M - i}{\sigma_M^2} \Rightarrow \bar{r}_j = i + \frac{\sigma_{j,M}}{\sigma_M^2}\left(\bar{r}_M - i\right). \tag{4.8}$$

Уравнение (4.8) выражает суть модели оценки финансовых активов (Capital Asset Pricing Model — CAPM). Оно определяет устанавливаемую рынком доходность обращающихся на нем акций. В состоянии равновесия на рынке капитала ожидаемая доходность каждого вида акций равна сумме гарантированной доходности денежного рынка (i) и премии за риск, которая исчисляется посредством умножения рыночной цены риска $\left(\bar{r}_M - i\right)$ на величину *недиверсифицируемого* риска данной акции, который измеряется ковариацией ожидаемой доходности акции с ожидаемой доходностью рыночного портфеля в расчете на единицу риска портфеля $\left(\sigma_{j,M} / \sigma_M^2\right)$. В связи с этим акция с большой вариацией доходности может премироваться рынком меньше, чем акция с маленькой вариацией доходности. Так будет, если у первой акции ковариация доходности с доходностью рыночного портфеля меньше, чем у второй.

Отношение $\sigma_{j,M} / \sigma_M^2 \equiv \beta_j$, которое по-своему математическому содержанию есть коэффициент линейной регрессии, выражающий меру зависимости колебаний доходности j-й акции от колебаний доходности рыночного портфеля на протяжении определенного промежутка времени. Пусть на рис. 4.8 точка A представляет сочетание математических ожиданий доходностей рыночного портфеля и j-й акции.

Если при отклонениях $\tilde{r}_M$ от $\bar{r}_M$ доходность j-й акции не меняется, то линия регрессии проходит параллельно оси абсцисс и $\beta_j = 0$. Когда

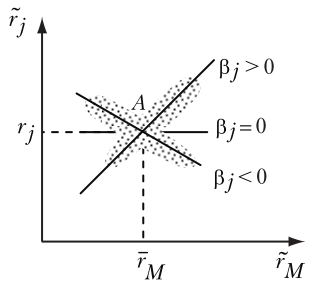

Рис. 4.8. **Линии регрессии**

множество сочетаний $\tilde{r}_M$, $\tilde{r}_j$ располагается так, что прямая регрессии имеет положительный (отрицательный) наклон, то $\beta_j > 0$ ($\beta_j < 0$). Если, например, при повышении (снижении) доходности портфеля на 1% доходность j-й акции в среднем повышается (снижается) на 0,75%, то $\beta_j = 0{,}75$.

Близкое к линии регрессии расположение множества сочетаний $\tilde{r}_M$, $\tilde{r}_j$ свидетельствует о том, что общий риск j-й акции в основном состоит из систематического риска.

При использовании в качестве меры систематического риска отдельной акции коэффициента регрессии получаем

$$\bar{r}_j = i + \beta_j (\bar{r}_M - i). \qquad (4.9)$$

Это выражение называется уравнением линии рынка ценных бумаг (*Security Market Line — SML*). Она показана на рис. 4.9.

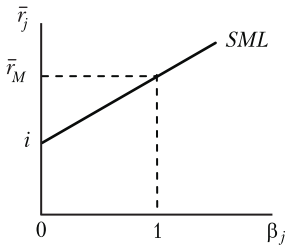

Рис. 4.9. **Линия рынка ценных бумаг**

В состоянии равновесия на рынке капитала у всех акций сочетание $\bar{r}_j$, β_j располагается на прямой *SML*. Акция с сочетанием $\bar{r}_j$, β_j над *SML* имеет завышенную доходность, связанную с какими-либо специфическими условиями функционирования эмитировавшей ее фирмы. Спрос на такую акцию возрастет, что приведет к повышению ее курса и снижению доходности. Аналогично при сочетании $\bar{r}_j$, β_j, расположенном под *SML*, рыночный механизм поднимет его на эту линию.

По отклонению фактической величины доходности акции от величины, рассчитанной по формуле (4.9), можно судить о том, насколько успешно финансовые менеджеры используют неравновесие финансового рынка. Оценка менеджмента осуществляется посредством показателя α:

$$\alpha_j = \bar{r}_j - i - \beta_j (\bar{r}_M - i).$$

Чем больше α_j, тем лучшей признается деятельность менеджеров. При сравнении работы менеджмента различных фирм показатель α можно применять только для тех из них, которые имеют одинаковый систематический риск (β_j). Поэтому более универсальным является относительный показатель

$$\theta_j = \frac{r_j - i}{\beta_j}.$$

Чем на большую величину θ_j превышает рыночную цену риска ($r_M - i$), тем успешней работает финансовый менеджер. Однако нужно иметь в виду, что оценка деятельности менеджмента по показателям α_j и θ_j обоснована только при устранении несистематического риска за счет совершенной диверсификации рыночного портфеля.

Линии *CML* и *SML* похожи по внешнему виду, но они имеют различный экономический смысл: первая соответствует множеству эффективных смешанных портфелей, а вторая представляет зависимость между ожидаемой доходностью и систематическим риском отдельной акции или совокупности акций, образующих необязательно эффективный портфель. Так, если равновесный рыночный портфель имеет структуру, представленную в табл. 4.2, то инвестор, вложивший 350 ден. ед. в акции *A* и 150 ден. ед. в акции *C*, имеет портфель с систематическим риском

$$\beta_p = 0{,}75 \cdot 0{,}7 + 1{,}35 \cdot 0{,}3 = 0{,}93,$$

равновесная доходность которого равна

$$\bar{r}_p = 10{,}5 \cdot 0{,}7 + 0{,}141 \cdot 0{,}3 = 11{,}58\%.$$

Таблица 4.2

Структура рыночного портфеля

Актив	g, %	$\bar{r}$, %	β
A	50	10,5	0,75
B	20	12,6	1,1
C	30	14,1	1,35
Портфель	100	12	1

Если предположить, что ожидаемые колебания доходностей отдельных акции и рыночного портфеля будут в среднем такими же, какими они были в недалеком прошлом, то коэффициент β можно рассчитать

по данным биржевой статистики. В табл. 4.3 приведены коэффициенты β акций крупнейших российских акционерных обществ («голубых фишек») за 2004 и 2005 гг., рассчитанные по ковариации доходности акций с индексом ММВБ[1].

Таблица 4.3

Коэффициенты β крупнейших российских компаний

Компания	Годы	
	2004	2005
Лукойл	0,859	1,027
Юкос	2,063	0,805
Норильский никель	1,175	1,036
Ростелеком	0,815	0,868
Сбербанк России	0,711	0,784
Газпром	0,7	0,71
РАО ЕЭС	0,987	0,98
Сургутнефтегаз	0,915	1,16
Мосэнерго	1,423	1,296
Уралсвязьинформ	0,714	0,795
Автоваз	0,517	0,396
Сибнефть	0,839	0,917
Транснефть	0,623	0,777
Иркутскэнерго	0,76	0,69
Татнефть	0,793	1,318
Пурнефтегаз	0,853	0,679
Аэрофлот	0,248	0,459

4.2.2. Индексные модели

Метод линейной регрессии обусловливает возможность применения более простого по сравнению с CAPM способа определения равновесной доходности обращающихся на рынке акций посредством так называемых индексных моделей.

Однофакторная модель Шарпа[2] (Single-Index-Model — SIM). Наличие недиверсифицируемого риска у рыночного портфеля свидетельствует о том, что доходность большинства акций положительно коррелирует с доходностью рыночного портфеля. Следовательно, факторы, порождающие систематический риск (колебания общеэкономической конъюнктуры, технологические и природные «шоки», непредвиденные изменения экономической политики и др.) одинаково влияют на доходность рынка капитала в целом и отдельных акций. В связи с этим следует ожидать, что основная часть доходности обращающейся на рынке акции пропорциональна доходности рынка капитала. Специфические условия функционирования фирмы, эмитировавшей акцию, тоже могут влиять на величину ее доходности независимо от колебаний конъюнктуры рынка капитала. Таким образом, общая доходность *j*-й акции складывается из двух частей — систематической (рыночной цены ее риска) и специфической (несистематической):

$$r_j = \beta_j r_M + \alpha_j.$$

Поскольку доходность акции однозначно не определена, то

$$\tilde{r}_j = \beta_j \left(r_M + \varepsilon_M\right) + \alpha_j + \varepsilon_\alpha,$$

где ε_M и ε_α — случайные переменные.

В модели Шарпа предполагается, что:

1) случайные переменные ε_M и ε_α имеют нормальное распределение с нулевым ожиданием, т.е. $\varepsilon_M = \varepsilon_\alpha = 0$; поэтому

$$\mathrm{var}\left(\tilde{\varepsilon}_M\right) = \varepsilon_M^2 \text{ и } \mathrm{var}\left(\tilde{\varepsilon}_\alpha\right) = \varepsilon_\alpha^2;$$

2) случайные переменные доходности любых двух акций не коррелируют друг с другом: $\mathrm{cov}\left(\tilde{\varepsilon}_{\alpha,i}, \tilde{\varepsilon}_{\alpha,j}\right) = 0$ и со случайной переменной доходности рынка $\mathrm{cov}\left(\tilde{\varepsilon}_\alpha, \tilde{\varepsilon}_M\right) = 0$.

При таких предпосылках ожидаемая доходность акции определяется уравнением прямой линейной регрессии

$$\overline{r}_j = \beta_j \overline{r}_M + \alpha_j, \tag{4.10}$$

а общий риск акции состоит из двух слагаемых[1]:

$$\mathrm{var}\left(\tilde{r}_j\right) = \beta_j^2 \mathrm{var}\left(\tilde{r}_M\right) + \mathrm{var}\left(\varepsilon_\alpha\right),$$

[1] *Душин О.* Итоги 2005 года и их восприятие: http://finansmag.ru/24983.

[2] У. Ф. Шарп — американский экономист, лауреат Нобелевской премии по экономике за 1990 г. за развитие теории оценки финансовых активов.

[1] См.: Математическое приложение 3 к данной главе.

представляющих соответственно систематический и специфический риски.

Из сравнения уравнений (4.9) и (4.10) очевидно, что в SIM в явном виде представлена несистематическая часть доходности рискового актива, которой в CAPM соответствует отклонение текущей доходности отдельной акции от значений, расположенных на прямой *SML*. Но в SIM не выделяется разность между гарантированной доходностью денежного рынка и рисковой доходностью рынка капитала. Поэтому равновесные доходности рисковых активов в SIM и CAPM одинаковы только при $\beta_j = 1$ и(или) $i = 0$, так как только при таком условии

$$\beta_j r_M = i + \beta_j (r_M - i).$$

Пример 4.2. В ст. *2* и *3* табл. 4.4 приведены месячные доходности акции *A* и рынка капитала, по которым можно определить следующие показатели:

$$\overline{r}_A = 10{,}67;\ \sigma_A^2 = 4{,}39;\ \overline{r}_M = 7{,}25;\ \sigma_A^2 = 4{,}52;$$
$$\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_A, \tilde{r}_M\right) = 3{,}75;\ \beta = 0{,}83.$$

Таблица 4.4

Определение платы за систематический риск акции в SIM

Месяц	r_A	r_M	$\beta\, r_M$	α	ε
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Январь	8	4	3,32	4,653	0,03
Февраль	7	5	4,15	4,653	– 1,80
Март	11	7	5,81	4,653	0,54
Апрель	14	10	8,29	4,653	1,05
Май	9	4	3,32	4,653	1,03
Июнь	10	8	6,64	4,653	– 1,29
Июль	12	6	4,98	4,653	2,37
Август	11	8	6,64	4,653	– 0,29
Сентябрь	9	7	5,81	4,653	– 1,46
Октябрь	11	8	6,64	4,653	– 0,29
Ноябрь	12	9	7,47	4,653	– 0,12
Декабрь	14	11	9,12	4,653	0,22
Год	128	87	72,17	55,834	0

Оплата систематического риска представлена в ст. *4*; в ст. *5* приведена плата за несистематический риск акции *A*, принятый в рассматриваемом периоде неизменным. Случайная переменная определена как остаточная величина.

Модель арбитражного ценообразования (Arbitrage Pricing Theory—APT). В отличие от CAPM и SIM теория арбитражного ценообразования на капитальные активы, основателем которой является С. Росс[1], связывает оплату систематического риска акции не с одним, а с несколькими факторами. Воздействие на доходность акции таких явлений, как непредвиденная инфляция, научно-технические и природные «шоки», скачки валютных курсов, изменения макроэкономической политики и пр., учитывается не через совместное их влияние на доходность рынка капитала, а по отдельности:

$$\overline{r}_j = i + \beta_{j,1}\left(\overline{r}_{M,1} - i\right) + \cdots + \beta_{j,N}\left(\overline{r}_{M,N} - i\right), \qquad (4.11)$$

где $\beta_{j,k}$ — параметры чувствительности доходности j-й акции к фактору $k = 1, \ldots, N$; $r_{M,k}$ — доходность рынка капитала, обусловленная k-м фактором. Параметр чувствительности, как и в CAPM, рассчитывается по формуле

$$\beta_{j,k} = \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_j, \tilde{r}_{M,k}\right) \Big/ \sigma_{M,k}^2.$$

Значения $\overline{r}_{M,k}$ определяются из условия равновесия на рынке капитала (отсутствия возможности арбитража), в соответствии с которым равенство (4.11) должно выполняться для всех обращающихся на рынке акций.

Пример 4.3. Пусть систематический риск акций определяется двумя факторами: F_1 и F_2. При равновесии на рынке капитала акции *A*, *B* и C имеют представленные в табл. 4.5 показатели.

Таблица 4.5

Доходность и чувствительность к факторам систематического риска при равновесии на рынке капитала

Акции	r	β_1	β_2
A	14	0,6	0,75
B	16	1,2	0,5
C	10	0,6	0,25

[1] *Ross S.* The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing // Journal of Economic Theory. December. 1976. P. 341—360.

Равновесные значения i, $r_{M,1}$ и $r_{M,2}$ определяются из следующей системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned} 14 &= i + 0{,}6\left(r_{M,1} - i\right) + 0{,}75\left(r_{M,2} - i\right) \\ 16 &= i + 1{,}2\left(r_{M,1} - i\right) + 0{,}5\left(r_{M,2} - i\right) \\ 10 &= i + 0{,}6\left(r_{M,1} - i\right) + 0{,}5\left(r_{M,2} - i\right) \end{aligned}\right\} \to i = 4; r_{M,1} = 10{,}67; r_{M,2} = 12.$$

Определим ожидаемую доходность акций некоторой фирмы D, у которой $\beta_1 = 0{,}8$ и $\beta_2 = 0{,}4$. Для этого составим из акций A, B и C портфель с таким же систематическим риском. Структура такого портфеля определяется из следующей системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned} 0{,}8 &= 0{,}6g_A + 1{,}2g_B + 0{,}6g_C \\ 0{,}4 &= 0{,}75g_A + 0{,}5g_B + 0{,}25g_C \\ 1 &= g_A + g_B + g_C \end{aligned}\right\} \to g_A = 0{,}133; g_B = 0{,}333; g_C = 0{,}533.$$

Его доходность равна 0,133 · 14 + 0,333 · 16 + 0,533 · 10 = 12,52. Такую же доходность следует ожидать от акции D.

4.3. Модели оценки капитальных активов и расчет сегодняшней ценности производственных инвестиционных проектов

В параграфе 3.3 отмечалось, что определение PV инвестиционных проектов в условиях риска затрудняется недостатком информации и сложностью необходимых расчетов. Модели оценки капитальных активов отвечают на один из главных вопросов, возникающих при экономической оценке инвестиций в реальный капитал: что использовать в качестве калькуляционной ставки процента? Но поскольку CAPM, лежащая в основе этих моделей, является однопериодной моделью, то их использование теоретически оправданно только при оценке инвестиционных проектов с одногодичным сроком службы. Определим PV такого проекта на основе CAPM.

Максимальная сумма денег, которую инвестор согласится вложить в такой проект, рассчитывается по формуле

$$PV = \frac{\bar{a}_1 + \bar{L}_1}{1 + r},$$

где $\bar{a}_1$ и $\bar{L}_1$ — соответственно ожидаемые чистые поступления и ликвидационная ценность объекта инвестирования в конце года; r — требуемая (ожидаемая) инвестором доходность. Обозначим $\bar{a}_1 + \bar{L}_1 \equiv \bar{R}_1$; тогда

$$r = \bar{R}_1 / PV - 1.$$

Так как альтернативой вложения денег в реальный капитал является покупка акций, то равновесная доходность рисковых финансовых вложений выступает в качестве объективной (определяемой рынком) калькуляционной ставки. Доходность, которую требует инвестор при покупке рисковой ценной бумаги рассчитывается по формуле (4.8). Следовательно, вложения в реальный капитал будут не менее выгодны, чем вложения в акции, если выполняется следующее равенство:

$$\frac{\bar{R}_1}{PV} - 1 = i + \frac{\bar{r}_M - i}{\sigma_M^2}\operatorname{cov}\left(\tilde{r}, \tilde{r}_M\right). \tag{4.12}$$

Обратим внимание на то, что в левой части равенства (4.12) ожидаемая отдача инвестиционного проекта представлена абсолютной величиной (R_1), а в правой — относительной (r). Поэтому выявим соотношение между $\operatorname{cov}\left(\tilde{r}, \tilde{r}_M\right)$ и $\operatorname{cov}\left(\tilde{R}, \tilde{r}_M\right)$:

$$\begin{aligned} \operatorname{cov}\left(\tilde{r}, \tilde{r}_M\right) &= \sum_{j=1}^{S}\left(r_j - \bar{r}\right)\left(r_{M,j} - \bar{r}_M\right)w_j = \\ &= \sum_{j=1}^{S}\left(\frac{R_j}{PV} - 1 - \frac{\bar{R}}{PV} + 1\right)\left(r_{M,j} - \bar{r}_M\right)w_j = \\ &= \frac{1}{PV}\sum_{j=1}^{S}\left(R_j - \bar{R}\right)\left(r_{M,j} - \bar{r}_M\right)w_j = \frac{1}{PV}\operatorname{cov}\left(\tilde{R}, \tilde{r}_M\right). \end{aligned}$$

Произведя соответствующую замену в равенстве (4.12), после преобразований получаем

$$PV = \frac{\bar{R} - \dfrac{\bar{r}_M - i}{\sigma_M^2}\operatorname{cov}\left(\tilde{R}, \tilde{r}_M\right)}{1 + i}. \tag{4.13}$$

В числителе формулы (4.13) стоит рассчитанный в соответствии с CAPM гарантированный эквивалент стохастического дохода однопе-

риодного инвестиционного проекта. Поскольку вероятностный доход заменен на равноценный гарантированный доход, то дисконтирование осуществляется на основе гарантированной ставки доходности денежного рынка.

Пример 4.4. Рассчитаем *PV* вложений 100 ден. ед. в проект с одногодичным сроком службы. Ожидаемые в конце года чистые поступления зависят от состояния общеэкономической конъюнктуры; они представлены в табл. 4.5 вместе с текущим и ожидаемыми значениями индекса рынка при различных состояниях конъюнктуры. Гарантированная доходность на рынке денег $i = 8\%$.

Таблица 4.5

Ожидаемые доходности инвестиционного проекта и фондового рынка

Коррелируемые показатели	t_0	t_1		
		застой ($w = 0{,}35$)	оживление ($w = 0{,}45$)	подъем ($w = 0{,}2$)
Отдача проекта	– 100	110	120	130
Индекс рынка	800	800	900	1000

По приведенным данным рассчитаем необходимые показатели:

$$\bar{R} = 0{,}35 \cdot 110 + 0{,}45 \cdot 120 + 0{,}2 \cdot 130 = 118{,}5;$$

$$\bar{r}_M = 0{,}35 \cdot \frac{0}{800} + 0{,}45 \cdot \frac{100}{800} + 0{,}2 \cdot \frac{200}{800} = 0{,}106;$$

$$\sigma_M^2 = 0{,}35\left(\frac{0}{800} - 0{,}106\right)^2 + 0{,}45\left(\frac{100}{800} - 0{,}106\right)^2 +$$

$$+ 0{,}2\left(\frac{200}{800} - 0{,}106\right)^2 = 0{,}008242;$$

$$\operatorname{cov}\left(\tilde{R}, \tilde{r}_M\right) = 0{,}35(110 - 118{,}5)(0 - 0{,}106) +$$

$$+ 0{,}45(120 - 118{,}5)(0{,}125 - 0{,}106) +$$

$$+ 0{,}2(130 - 118{,}5)(0{,}25 - 0{,}106) = 0{,}659;$$

$$PV = \frac{118{,}5 - \dfrac{0{,}106 - 0{,}08}{0{,}008242} \cdot 0{,}659}{1{,}08} = 107{,}8.$$

Главная особенность экономической оценки инвестиционного проекта по формуле (4.13) состоит в том, что при расчете гарантированного эквивалента учитывается только систематический риск. На практике экспертные оценки гарантированного эквивалента для рисковых реальных инвестиций часто формируются на основе общего риска. Широко распространено мнение, что инвестиции в замену действующего оборудования менее рискованны, чем инвестиции в расширение производства, поэтому при осуществлении вторых нужно требовать большую премию, чем за осуществление первых, а для инвестиций в непрофильное производство она должна быть еще больше. В соответствии с CAPM премию за риск должен определять рынок.

Пример 4.5. Фирма, акции которой обращаются на рынке с равновесной доходностью 18%, имеет возможность вложить 100 ден. ед. либо в расширение производства освоенной продукции, либо в выпуск новой продукции с $\beta = 1{,}5$. Затраты окупаются за год в виде ожидаемого возврата 118 ден. ед. при вложении в расширение освоенного производства и 117 ден. ед. при вложении в выпуск новой продукции. Гарантированная доходность денежного рынка $i = 8\%$, ожидаемая доходность фондового рынка $\bar{r}_M = 12\%$.

На первый взгляд выгодней расширить освоенное производство. Однако сравнение ожидаемой доходности выпуска новой продукции (17%) с требуемой в соответствии с CAPM рынком: $0{,}08 + (0{,}12 - 0{,}08) \cdot 1{,}5 = 0{,}14 = 14\%$ (см. формулу 4.11) — свидетельствует о том, что эти вложения экономически целесообразны, несмотря на более низкую доходность. Дело в том, что систематический риск фирмы превышает систематический риск вложений в новую продукцию:

$$0{,}18 = 0{,}08 + (0{,}12 - 0{,}08)\beta \Rightarrow \beta = 2{,}5.$$

При сложившейся общеэкономической конъюнктуре сочетание $\bar{r} = 17\%$, $\beta = 1{,}5$ предпочтительней для инвесторов, чем сочетание $\bar{r} = 18\%$, $\beta = 2{,}5$. Подсчитаем *PV* каждого из проектов, используя в качестве калькуляционной ставки требуемую рынком доходность с учетом риска: $PV_1 = 118/1{,}18 = 100$; $PV_2 = 117/1{,}14 = 102{,}6$.

Основное достоинство применения CAPM при расчете *NPV* рисковых инвестиционных проектов состоит в том, что одновременно решаются обе фундаментальные проблемы теории инвестиций: учет неопределенности ожидаемых результатов и приведение ценности будущих доходов к текущему моменту принятия решений. Обнаруживается, что критерий отбора инвестиционных проектов, используемый при отсутствии неопределенности, пригоден и при отборе рисковых проектов. Но это относится только к оценке однопериодных инвестиционных проектов.

Применение CAPM при формировании многопериодных инвестиционных программ пока не имеет научного обоснования, несмотря на многочисленные исследования в этой области. CAPM помогает инвестору принять решение относительно рискового проекта с однопериодным сроком службы тем, что премия за риск экзогенно задается (однозначно определяется) текущей конъюнктурой финансового рынка. Имея необходимую информацию о формировании будущей конъюнктуры, можно спрогнозировать премию за риск в этих периодах. Но будут ли полученные величины аддитивны и соответствует ли дисконтирование на основе математических ожиданий будущих ставок процента межвременным предпочтениям инвесторов, на эти вопросы теоретически обоснованных ответов пока нет.

Краткие выводы

Доходности большинства обращающихся на рынке капитала акций положительно коррелируют друг с другом (одновременно изменяются в одном и том же направлении). Это объясняется тем, что существуют факторы систематического риска, вызывающие колебание общеэкономической конъюнктуры. Однако коэффициент корреляции между положительно коррелируемыми доходностями акций, как правило, меньше единицы. Более того, между доходностями некоторых акций существует отрицательная корреляционная зависимость. Поэтому вариация доходности портфеля меньше средней вариации входящих в него акций. Это позволяет за счет формирования портфелей с разной структурой расширять эффективную область выбора инвестора на рынке капитала.

Когда портфели формируются только из рисковых ценных бумаг, тогда выбор инвестора зависит от его отношения к сочетанию доходность — риск. Если инвесторы могут осуществлять финансовые вложения одновременно на рынках денег и капитала, то рисковая доля финансовых вложений у всех будет одинаковая, совпадающая с равновесной структурой рынка капитала. В этом случае отношение инвестора к риску определяет только пропорцию распределения его сбережений между рынками денег и капитала. Эффективная область выбора инвестора, оперирующего на обоих сегментах рынка финансов (формирующего смешанный портфель), предстает в виде прямой линии — линии рынка капитала.

Доходность смешанного портфеля превышает гарантированную доходность рынка денег на премию за риск. Премия за риск равна складывающейся на рынке цене риска (разность между доходностью рыночного портфеля и доходностью денежного рынка), умноженной на величину риска портфеля (доля рисковой части в смешанном портфеле).

При равновесии на рынке капитала по этому правилу определяется и доходность отдельной акции. При этом величина риска доходности акции измеряется долей риска, добавляемого в риск рыночного портфеля данной акцией, в общем риске портфеля. Прикладное значение названного правила (CAPM) состоит в том, что на его основе можно прогнозировать ожидаемую доходность новых акций (стоимость капитала для инвестиционных проектов) и вычислять гарантированный эквивалент математического ожидания отдачи реальных инвестиций.

Практическое использование CAPM осложняется необходимостью получения большого объема информации об ожидаемых доходностях, их вариациях и ковариациях обращающихся на рынке акций. Модель SIM позволяет получать приближенное значение ожидаемой доходности отдельной акции при равновесии на рынке капитала с меньшими затратами на получении необходимой информации. Это достигается за счет того, что риск доходности акции измеряется коэффициентом линейной регрессии между историческими колебаниями доходности акции и рыночного портфеля. В модели арбитражного ценообразования систематический риск рынка капитала раскладывается на отдельные порождающие его факторы, каковыми могут быть изменения темпа инфляции, валютного курса, макроэкономической политики и т.п.

Математические приложения

Обозначения:

r_i — доходность i-й акции, $i = 1, 2, \ldots, n$;

g_i — доля i-й акции в портфеле;

σ_i^2 — вариация доходности i-й акции;

s_{ij} — ковариация между i-й и j-й акциями;

r_p — доходность портфеля;

σ_p^2 — вариация доходности портфеля;

$\bar{x} \equiv E(\tilde{x})$— ожидаемое значение случайной переменной $\tilde{x}$.

1. Расчет вариации портфеля из *n* акций

По определению вариация портфеля из n рисковых активов равна:

$$\sigma^2\left(\tilde{r}_p\right)=\sum_{s=1}^{S}\left(r_{p,s}-\overline{r}_p\right)^2 w_s, \qquad (1)$$

где S — число возможных состояний окружающей среды (конъюнктур рынка); w_s — вероятность наступления состояния $s \subset S$.

Учитывая, что $r_{p,s}=\sum_{i=1}^{n} g_i r_{i,s}$, выражение (1) принимает вид

$$\sigma^2\left(\tilde{r}_p\right)=\sum_{s=1}^{S}\left(\sum_{i=1}^{n} g_i r_{i,s}-\sum_{i=1}^{n} g_i \overline{r}_i\right)^2 w_s=\sum_{s=1}^{S}\left(\sum_{i=1}^{n} g_i\left(r_{i,s}-\overline{r}_i\right)\right)^2 w_s=$$

$$=\sum_{s=1}^{S} w_s \sum_{i=1}^{n} g_i \sum_{j=1}^{n} g_j\left(r_{i,s}-\overline{r}_i\right)\left(r_{j,s}-\overline{r}_j\right) w_s=$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} g_i g_j \sum_{s=1}^{S}\left(r_{i,s}-\overline{r}_i\right)\left(r_{j,s}-\overline{r}_j\right) w_s.$$

Учитывая, что последняя сумма в этом выражении есть ковариация между доходностями акций i и j, получаем

$$\sigma^2\left(\tilde{r}_p\right)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} g_i g_j \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_i,\tilde{r}_j\right). \qquad (2)$$

Вариация портфеля, содержащего только две акции A и B, в соответствии с выражением (2) равна:

$$\sigma^2\left(\tilde{r}_p\right)=g_A g_A \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_A,\tilde{r}_A\right)+g_A g_B \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_A,\tilde{r}_B\right)+$$

$$+g_B g_A \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_B,\tilde{r}_A\right)+g_B g_B \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_B,\tilde{r}_B\right).$$

Поскольку $\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_A,\tilde{r}_B\right)=\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_B,\tilde{r}_A\right)$, а $\operatorname{cov}\left(\tilde{r}_i,\tilde{r}_i\right)=\sigma_i^2$, то

$$\sigma^2\left(\tilde{r}_p\right)=g_A^2\sigma_A^2+g_B^2\sigma_B^2+2g_A g_B \operatorname{cov}\left(\tilde{r}_A,\tilde{r}_B\right).$$

2. Оптимизация структуры портфеля с *n* разновидностями акций

В соответствии с теорией вероятностей:

$$r_p=\sum_{i=1}^{n} g_i r_i=\left(g_1\cdots g_n\right)\times\begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{pmatrix}$$

$$\sigma_p^2=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} g_i g_j s_{ij}=\left(g_1\cdots g_n\right)\times\begin{pmatrix} s_{11} & \cdots & s_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ s_{n1} & \cdots & s_{nn} \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_n \end{pmatrix};\ s_{ij}=s_{ji}\,\forall i,j.$$

Дана функция полезности инвестора, характеризующая его отношение к доходности и риску: $U=\psi r_p-\sigma_p^2$, где ψ — параметр предпочтения между риском и доходностью.

Задача. $\psi r_p-\sigma_p^2\to\max$ при $\sum_{i=1}^{n} g_i=1$.

Решение. Применим функцию Лагранжа

$$\Phi=\psi r_p-\sigma_p^2-\lambda\left(\sum_{i=1}^{n} g_i-1\right)\to\max,$$

где λ — множитель Лагранжа.

Условия максимизации в матричной форме будут следующими:

$$\begin{pmatrix} \psi r_1 \\ \vdots \\ \psi r_n \\ 1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 2s_{11} & \cdots & 2s_{1n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2s_{n1} & \cdots & 2s_{nn} & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_n \\ 1 \end{pmatrix}=0. \qquad (1)$$

Обозначим буквой **R** уменьшаемое в равенстве (1), первый сомножитель вычитаемого (матрицу) — буквой **C**, а второй сомножитель (вектор) — буквой **G**. Тогда условие максимизации функции Лагранжа можно записать в виде

$$\mathbf{R}-\mathbf{C}\times\mathbf{G}=0\Rightarrow\mathbf{G}=\mathbf{C}^{-1}\times\mathbf{R}.$$

Определим обратную матрицу к матрице **C,** и для краткости обозначим все ее элементы, кроме последнего столбца и последней строки, a_{ij}. Элементы последнего столбца и последней строки получаются одинаковыми, и их обозначим c_i:

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} & c_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} & c_n \\ c_1 & \cdots & c_n & c_{n+1} \end{pmatrix}.$$

В этой матрице $\sum_{i=1}^{n} a_{ij} = 0;\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} = 0;\ \sum_{i=1}^{n} c_i = 1.$

Для определения оптимальной структуры портфеля остается решить систему уравнений:

$$\begin{cases} g_1 = c_1 + \psi\left(a_{11}r_1 + \cdots + a_{1n}r_n\right), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ g_n = c_n + \psi\left(a_{n1}r_1 + \cdots + a_{nn}r_n\right). \end{cases}$$

Обозначив $b_i \equiv \sum_{j=1}^{n} a_{ij} r_j$, получим следующую формулу для определения оптимальной доли каждого вида ценных бумаг в портфеле:

$$g_i = c_i + \psi b_i. \qquad (2)$$

Определим портфель с минимальным риском. По своей природе параметр ψ является тангенсом угла, образованного осью ординат и касательной к области выбора инвестора в точке, представляющей оптимальный портфель (см. рис. 5.13). Когда инвестор выбирает портфель с минимальным риском, тогда касательная становится параллельной оси ординат, поэтому $\psi = 0$. Значит, у портфеля, обладающего минимальным риском, $g_i = c_i$, т.е. последний столбец (строка) обратной матрицы $\mathbf{C}^{-1}$ представляет структуру портфеля с минимальным риском. Доходность и риск такого портфеля равны:

$$r_{p,\min} = \sum_{i=1}^{n} c_i r_i, \qquad (3)$$

$$\sigma^2_{p,\min} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} c_i c_j s_{ij}. \qquad (4)$$

Для определения структуры портфеля, отвечающего другим требованиям инвестора, удобно использовать специфический показатель ϑ:

$$\vartheta = \sum_{i=1}^{n} b_i r_i = \left(r_1 \cdots r_n\right) \times \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{pmatrix}.$$

Посредством показателей $r_{p,\min}$, $\sigma_{p,\min}$ и ϑ легко можно найти структуру портфеля, соответствующего конкретным требованиям инвестора.

Пусть требуется сформировать портфель с заданной ожидаемой доходностью $\overline{r}_p^*$. В соответствии с равенствами (2) и (3)

$$\overline{r}_p^* = \sum_{i=1}^{n} g_i \overline{r}_i = \sum_{i=1}^{n}\left(c_i + \psi b_i\right)\overline{r}_i = \sum_{i=1}^{n} c_i \overline{r}_i + \psi \sum_{i=1}^{n} b_i \overline{r}_i = \overline{r}_{p,\min} + \psi\vartheta. \qquad (5)$$

Из равенства (5) найдем, какому значению ψ соответствует желание инвестора иметь ожидаемую доходность портфеля, равную $\overline{r}_p^*$:

$$\psi = \frac{\overline{r}_p^* - \overline{r}_{p,\min}}{\vartheta}. \qquad (6)$$

Подставив значение, полученное по формуле (6), в уравнение (2), найдем структуру портфеля с заданной ожидаемой доходностью.

Пример. На основе наблюдений за фондовым рынком для четырех видов акций установлены характеристики, представленные в табл. 1.

Таблица 1

Акции	$\overline{r}_i$, %	σ_i, %	Корреляция ρ_{ij}				Ковариация s_{ij}			
			A	*B*	*C*	*D*	*A*	*B*	*C*	*D*
A	13	4	1	0,4	0,2	0,1	16	9,6	7,2	5,6
B	18	6		1	0,25	0,5		36	13,5	42
C	20	9			1	0,3			81	37,8
D	25	14				1				196

Составим из этих акций портфели:

а) с минимальным риском;

б) максимизирующий функцию полезности $U = 6\bar{r}_p - \sigma_p^2$;

в) с ожидаемой доходностью 16%.

В данном примере матрица системы уравнений (1) принимает вид табл. 2, а обратная к ней — табл. 3.

Таблица 2

	A	*B*	*C*	*D*	
A	32	19,2	14,4	11,2	1
B	19,2	72	27	84	1
C	14,4	27	162	75,6	1
D	11,2	84	75,6	392	1
	1	1	1	1	0

Таблица 3

	A	*B*	*C*	*D*	
A	0,01856	– 0,0159	– 0,0045	0,00181	0,75523
B	– 0,0159	0,02131	– 0,0011	– 0,0043	0,16309
C	– 0,0045	– 0,0011	0,0068	– 0,0011	0,08124
D	0,00181	– 0,0043	– 0,0011	0,00364	0,00044
	0,75523	0,16309	0,08124	0,00044	– 28,473

Последний столбец табл. 3 указывает на то, что в портфеле с минимальным риском должно быть 75,52% акций *A*, 16,31% акций *B*, 8,12% акций *C* при практическом отсутствии акций *D*. Ожидаемая доходность такого портфеля $\bar{r}_p^* = 14{,}4\%$ при $\sigma_p = 3{,}77\%$.

Для определения структуры портфеля, максимизирующей заданную функцию полезности, вычислим b_i:

$$\begin{bmatrix} 0{,}01856 & -0{,}0159 & -0{,}0045 & 0{,}00181 \\ -0{,}0159 & 0{,}02131 & -0{,}0011 & -0{,}0043 \\ -0{,}0045 & -0{,}0011 & 0{,}0068 & -0{,}0011 \\ 0{,}00181 & -0{,}0043 & -0{,}0011 & 0{,}00364 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 13 \\ 18 \\ 20 \\ 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}0892 \\ 0{,}04686 \\ 0{,}02815 \\ 0{,}01414 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow b_A \\ \leftarrow b_B \\ \leftarrow b_C \\ \leftarrow b_D. \end{matrix}$$

Теперь по формуле (2) найдем искомую структуру портфеля:

$$g_A = 0{,}75523 - 6 \cdot 0{,}0892 = 0{,}22;$$

$$g_B = 0{,}11631 + 6 \cdot 0{,}04686 = 0{,}4443;$$

$$g_C = 0{,}08124 + 6 \cdot 0{,}02815 = 0{,}25;$$

$$g_D = 0{,}00044 + 6 \cdot 0{,}01414 = 0{,}0853.$$

Ожидаемая доходность этого портфеля $\bar{r}_p^* = 18\%$, а $\sigma_p = 5\%$.

Наглядно результаты решения представлены на рис. 1.

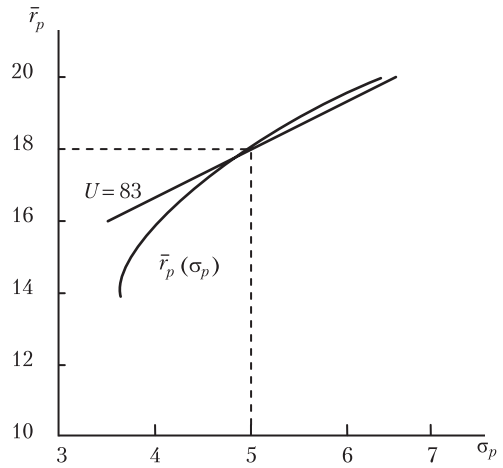

Рис. 1. **Оптимальный портфель из четырех разновидностей акций**

Для нахождения структуры портфеля с заданной ожидаемой доходностью 16% определим значение ϑ в условиях рассматриваемого примера:

$$\vartheta = -0{,}0892 \cdot 13 + 0{,}04686 \cdot 18 + 0{,}02815 \cdot 20 + 0{,}01414 \cdot 25 = 0{,}6.$$

По формуле (6) находим значение ψ, соответствующее желанию инвестора иметь $r_p = 16\%$:

$$\psi = \frac{16 - 14{,}39}{0{,}6} = 2{,}68.$$

И снова по формуле (2) определяем искомую структуру портфеля:

$$g_A = 0{,}75523 - 2{,}68 \cdot 0{,}0892 = 0{,}5163;$$

$$g_B = 0{,}11631 + 2{,}68 \cdot 0{,}04686 = 0{,}2887;$$

$$g_C = 0{,}08124 + 2{,}68 \cdot 0{,}02815 = 0{,}1567;$$

$$g_D = 0{,}00044 + 2{,}68 \cdot 0{,}01414 = 0{,}0383.$$

Портфель с такой структурой имеет $\bar{r}_p = 16\%$, $\sigma_p = 4\%$.

3. Расчет вариации акции в модели SIM

Обозначим оператор математического ожидания буквой E, тогда

$$\operatorname{var}\left(\tilde{r}_j, \bar{r}_j\right) = E\left(\tilde{r}_j - \bar{r}_j\right)^2 = E\left[\alpha_j + \beta_j \tilde{r}_M + \tilde{\varepsilon}_\alpha - \left(\alpha_j + \beta_j \bar{r}_M\right)\right]^2 =$$

$$= E\left[\beta_j^2 \left(\tilde{r}_M - \bar{r}_M\right)^2 + \tilde{\varepsilon}_\alpha^2 + 2\beta_j \left(\tilde{r}_M - \bar{r}_M\right) \tilde{\varepsilon}_\alpha\right] =$$

$$= \beta_j^2 E\left[\left(\tilde{r}_M - \bar{r}_M\right)^2\right] + E\left(\tilde{\varepsilon}_\alpha^2\right) + 2\beta_j E\left[\left(\tilde{r}_M - \bar{r}_M\right) \tilde{\varepsilon}_\alpha\right] = \beta_j^2 \sigma_M^2 + \tilde{\varepsilon}_\alpha^2.$$

Литература

1. *Блех Ю., Гетце У.* Инвестиционные расчеты. Калининград, 1997. Гл. 3. Модели принятия единичных решений в условиях определенности; гл. 4. Модели программных решений в условиях определенности.

2. *Бригхэм Ю., Эрхардт М.* Финансовый менеджмент. СПб., 2005. Гл. 13. Основы составления капитального бюджета: оценка потоков денежных средств.

3. *Крушвиц Л.* Инвестиционные расчеты. СПб., 2001. Разд. 2.4. Динамические методы; гл. 3. Методы принятия решений о сроке действия инвестиций; гл. 4. Принятие программных решений.

4. *Пайк Р., Нил Б.* Корпоративные финансы и инвестирование. СПб., 2006. Гл. 12. Требуемая ставка доходности по инвестициям и анализ стоимости акционерного капитала.

Глава 5

Управление финансовыми рисками

В предыдущей главе было показано, как посредством диверсификации портфеля рисковых активов инвестор может устранить несистематический риск его доходности. Но диверсификация — не единственный способ управления риском. Посредством *хеджирования* и *страхования* инвестор может не только снизить риск непредвиденного изменения своего благосостояния, но и гарантировать, что к определенному моменту времени ценность его имущества будет не меньше ожидаемой (планируемой) величины.

На рынке финансов и хеджирование, и страхование осуществляются посредством срочных контрактов, направленных на предотвращение или снижение экономических потерь при неблагоприятном развитии событий. Хеджирование есть способ предотвращения убытков, оно достигается за счет отказа от возможных выигрышей в случае благоприятной конъюнктуры. При страховании индивид защищает себя от возможных потерь, оставляя за собой возможность получить выигрыш; но за это приходится платить страховую премию в виде цены опциона. Такая операция влияет на благосостояние участников сделки, можно выявить через определение ценности указанных контрактов.

В данной главе рассматриваются типичные методы управления финансовым риском, основанные на реструктуризации финансовых активов и использовании новых финансовых инструментов, появившихся на рынке капитала в последней четверти XX в., — производных ценных бумаг или деривативов (derivatives).

5.1. Модель CPPI

Простой способ хеджирования финансовых активов индивида в условиях непредвидимых колебаний конъюнктуры на рынке капитала

представляет модель CPPI (Constant Proportion Portfolio-Insurance), разработанная Ф. Блэком и Р. Джонсом[1]. В ней предполагается, что инвестор в соответствии со своими предпочтениями относительно доходности и риска определяет допустимый предел (floor) снижения ценности своего финансового портфеля. По мере приближения к этому пределу доля безрисковых активов в портфеле стремится к единице. Разность между текущей ценностью портфеля (V) и минимально допустимой ценностью (floor — f) представляет минимальную сумму вложений в рисковые активы и получила название «подушка» (cushion). Фактическая величина рисковых активов в финансовом портфеле (exposure) зависит от отношения инвестора к риску, что выражается посредством индивидуального мультипликатора (m), на который инвестор умножает «подушку»: exposure = m · cushion. Чем больше риска готов принять на себя инвестор, тем больше его мультипликатор. Таким образом, в модели CPPI индивидуальные значения f и m заменяют функцию полезности инвестора. Предполагается, что в течение всего срока страхования он не меняет своих предпочтений, т.е. f и m есть заданные константы.

Пример 5.1. В начале года индивид решил вложить 1000 ден. ед. в финансовые активы. В целях упрощения примем, что дивиденды и проценты выплачиваются один раз в конце года. Отношение индивида к риску выражается в том, что он намерен не допустить снижения ценности своих вложений больше, чем на 5%, т.е. $f = 950$ ден. ед., и планирует тратить на покупку рыночного портфеля акций сумму, в четыре раза превышающую «подушку», т.е. $m = 4$. Индекс рыночного портфеля в начале года равен 100, к началу второго квартала снижается до 96, в середине года — до 94, к началу четвертого квартала повышается до 95 и в конце года составляет 92. В соответствии с моделью CPPI в заданных условиях инвестор должен формировать структуру своего финансового имущества следующим образом.

В начале года «подушка» составляет 1000 – 950 = 50 ден. ед. Следовательно, на покупку рыночного портфеля можно потратить 4 · 50 = 200 ден. ед., а на покупку облигаций 800 ден. ед. К началу второго квартала ценность финансового портфеля индивида будет равна 0,96 · 200 + 800 = 992 ден. ед. В результате «подушка» уменьшится до 992 – 950 = 42 ден. ед. Поэтому в рыночный портфель акций теперь можно вкладывать только 42 · 4 = 168 ден. ед.; соответственно ценность облигаций в финансовых активах индивида будет 992 – 168 = 824 ден. ед. В начале второго полугодия ценность финансового портфеля уменьшится до 94 · 168/96 + 824 = 988,5 ден. ед., а «подушка» — до 988,5 – 950 = 38,5 ден. ед. Теперь на покупку рыночного портфеля индивид затратит 38,5 · 4 = 154 ден. ед., а на покупку облигаций 988,5 – 154 = 834,5 ден. ед. Рост индекса рыночного портфеля к началу третьего квартала увеличит ценность его финансовых активов до 95 · 154/94 + 834,5 = 990,1 ден. ед., «подушку» — до 990,1 – 950 = 40,1 ден. ед., а сумму, вложенную в рыночный портфель акций, — до 40,1 · 4 = 160,4 ден. ед.; соответственно на облигации останется 990,1 – 160,4 = 829,7 ден. ед. К концу года ценность финансового портфеля индивида, сформированного три месяца назад, окажется равной 92 · 160,4/95 + 829,7 = 985 ден. ед. В течение всего года ценность финансовых активов была выше установленной инвестором границы.

[1] *Black F., Jones R.* Simplifying portfolio insurance // The Journal of Portfolio Management. 1987. Fall; Simplifying portfolio insurance for corporate pension plans // The Journal of Portfolio Management. 1988. Summer.

В соответствии с моделью CPPI доля акций в общей ценности смешанного портфеля в периоде t определяется по формуле

$$q_t = \min\left\{ m\left(1 - \frac{f}{V_t}\right); \frac{A_t}{V_t} \right\},$$

где A_t и V_t – ценности соответственно акций и смешанного портфеля в периоде t.

Чем больше мультипликатор, тем вероятней, что курс акций упадет ниже допустимого уровня (floor), т.е. значение первого параметра в фигурных скобках превысит значение второго.

5.2. Иммунизация риска изменения ставки процента

До сих пор при проведении инвестиционных расчетов мы полагали, что рыночная ставка процента, используемая в качестве калькуляционной ставки, однозначно определена на весь срок создания и функционирования объекта инвестирования, хотя и не обязательно постоянна. В действительности рыночная ставка процента чутко реагирует не только на экономические, но и на политические события, поэтому она является труднопрогнозируемой стохастической величиной. Отсюда возникает риск (неоднозначность ожидаемых результатов), связанный с непредвидимым изменением ставки процента. Чтобы отделить этот вид риска от риска, возникающего вследствие стохастического характера чистых поступлений и срока службы объекта инвестирования, будем исследовать проблему иммунизации процентного риска на примере инвестиций в государственные купонные облигации, для которых поперiодные чистые поступления и срок обращения однозначно определены. При этом будем полагать, что купонные доходы полностью реинвестируются до момента гашения облигации.

5.2.1. Момент полной компенсации

Непредвиденное изменение ставки процента после осуществления инвестиций оказывает на благосостояние владельца облигации противоречивое воздействие. Снижение ставки процента, с одной стороны, увеличивает сегодняшнюю ценность вложений в облигацию, а с другой — ухудшает условия реинвестирования доходов, получаемых до конца срока ее гашения, что уменьшает будущую ценность (*Future Value — FV*), т.е. сумму приведенных к моменту гашения доходов:

$$FV = \sum_{t=1}^{T} a_t \left(1+i\right)^{T-t} = PV\left(1+i\right)^{T}.$$

При повышении ставки процента, наоборот, сегодняшняя ценность осуществленных инвестиций снижается, а будущая ценность возрастает.

Приращение сегодняшней ценности при изменении ставки процента

$$\Delta PV = \sum_{t=1}^{T} a_t \left[\left(1+i_1\right)^{-t} - \left(1+i_0\right)^{-t}\right],$$

а приращение конечной ценности

$$\Delta FV = \sum_{t=1}^{T} a_t \left[\left(1+i_1\right)^{T-t} - \left(1+i_0\right)^{T-t}\right].$$

Если $i_1 > i_0$, то $\Delta PV < 0$, а $\Delta FV > 0$; при $i_0 > i_1$, наоборот, $\Delta PV > 0$, а $\Delta FV < 0$. Из противоположного изменения *PV* и *FV* следует, что в промежутке времени между изменением ставки процента и гашением облигации существует момент, когда будущая ценность облигации одинакова при исходной и новой ставках процента. Назовем его моментом полной компенсации (МПК). К этому моменту изменение *PV* полностью компенсируется противоположным изменением *FV*. МПК является точкой пересечения кривых, представляющих рост *FV* во времени до и после изменения ставки процента.

Пример 5.2. При $i = 8\%$ *PV* облигации номиналом в 100 ден. ед. с пятилетним сроком гашения по номиналу и ежегодным купонным доходом в 12 ден. ед. равна (см. формулу (2.1) расчета *PV* аннуитета):

$$12\frac{1{,}08^5 - 1}{0{,}08 \cdot 1{,}08^5} + \frac{100}{1{,}08^5} = 116,$$

а ее $FV = 116 \cdot 1{,}08^5 = 170{,}4$.

Если сразу после покупки облигации ставка процента снизится до 4%, то в момент ее снижения инвестор окажется богаче, чем ожидал, на 19,6 ден. ед.:

$$12\frac{1{,}04^5 - 1}{0{,}04 \cdot 1{,}04^5} + \frac{100}{1{,}04^5} - 116 = 19{,}6.$$

Однако из-за того, что теперь сложные проценты начисляются по более низкой ставке, через пять лет вместо ожидавшихся 170,4 ден. ед. инвестор будет иметь только $135{,}6 \cdot 1{,}04^5 = 165$ ден. ед. Очевидно, что эту потерю нельзя предотвратить путем продажи облигации по возросшей рыночной цене и отдачи вырученной суммы в ссуду на пять лет под сложные проценты.

Если сразу после покупки облигации ставка процента повысится до 12%, то ее *PV* снизится до 100 ден. ед., а *FV* возрастет до 176,2 ден. ед.

Динамика *FV* облигации в течение срока ее обращения до и после изменений ставки процента представлена в табл. 5.1 и на рис. 5.1, из которых следует, что МПК в обоих случаях относится к началу четвертого года.

Таблица 5.1

Динамика *FV* при различных ставках процента

i	Годы					
	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
0,08	116,0	125,2	135,3	146,1	157,8	170,4
0,04	135,6	141,0	146,7	152,5	158,6	165,0
0,12	100,0	112,0	125,4	140,5	157,4	176,2

Формула расчета МПК (обозначим его $\bar{t}$) выводится из равенства $FV(i_0) = FV(i_1)$:

$$\left[\sum_{t=1}^{T} a_t \left(1+i_0\right)^{-t}\right]\left(1+i_0\right)^{\bar{t}} = \left[\sum_{t=1}^{T} a_t \left(1+i_1\right)^{-t}\right]\left(1+i_1\right)^{\bar{t}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1+i_1}{1+i_0}\right)^{\bar{t}} = \frac{\sum_{t=1}^{T} a_t \left(1+i_0\right)^{-t}}{\sum_{t=1}^{T} a_t \left(1+i_1\right)^{-t}} \Rightarrow \bar{t}\ln\left(\frac{1+i_1}{1+i_0}\right) = \ln\left[\frac{\sum_{t=1}^{T} a_t \left(1+i_0\right)^{-t}}{\sum_{t=1}^{T} a_t \left(1+i_1\right)^{-t}}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{t} = \ln\left[\frac{PV\left(i_0\right)}{PV\left(i_1\right)}\right] \Big/ \ln\left(\frac{1+i_1}{1+i_0}\right).$$

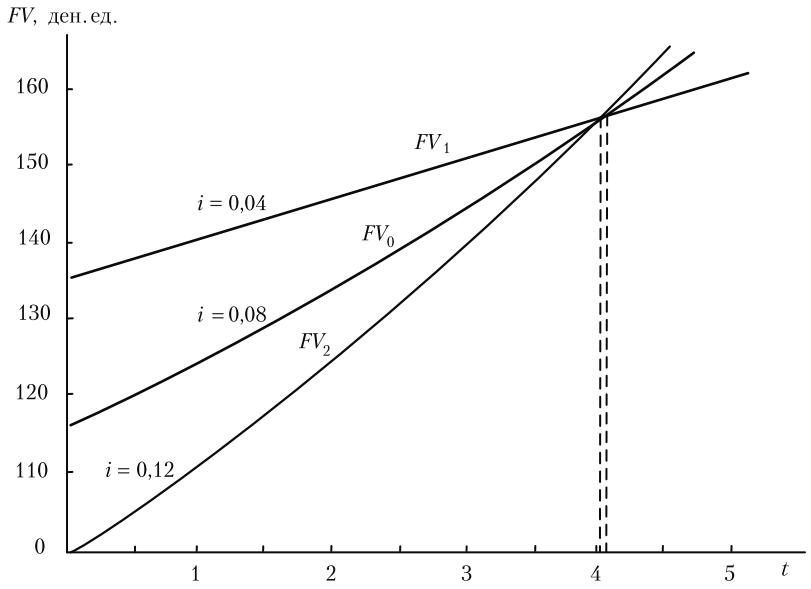

Рис. 5.1. **Динамика *FV* облигации при различных калькуляционных ставках процента**

При исследовании зависимости $\overline{t} = \overline{t}\,(\Delta i)$ обнаруживаются следующие ее свойства: 1) МПК, соответствующий повышению ставки процента, наступает раньше, чем МПК, соответствующий ее снижению (на рис. 5.1 кривая FV_0 пересекает кривую FV_2 раньше, чем кривую FV_1); 2) чем больше повышается ставка процента, тем раньше наступает МПК; чем больше снижается ставка процента, тем позже наступает МПК; 3) при снижении ставки процента пересчитанная *FV* облигации больше ее исходной *FV* в течение всего периода до МПК, при повышении ставки процента пересчитанная *FV* больше исходной *FV* после МПК (на рис. 5.1 кривая FV_1 пересекает FV_0 сверху, а кривую FV_2 — снизу); 4) чувствительность МПК к изменению ставки процента очень мала, даже при больших значениях Δi величина $\overline{t}$ меняется незначительно. Отмеченные особенности МПК для условий примера 5.2 представлены в табл. 5.2.

Из перечисленных свойств зависимости $\overline{t} = \overline{t}\,(\Delta i)$ следует важный вывод: в промежутке времени между МПК при снижении ставки процента и МПК при повышении ставки процента фактическая ценность

вложений в облигацию (инвестиций с гарантированным доходом) выше ожидавшейся на это время ее ценности. Следовательно, между двумя указанными МПК *FV* вложений в облигацию после изменения ставки процента превышает свое исходное значение независимо от того, в каком направлении и на сколько изменилась ставка процента.

Таблица 5.2

МПК при изменении ставки процента

Δi	1	2	3	4	5	6
$\overline{t}$	4,101	4,092	4,083	**4,074**	4,065	4,056
Δi	– 1	– 2	– 3	– 4	– 5	– 6
$\overline{t}$	4,119	4,128	4,137	**4,146**	4,155	4,164

В примере 5.2 при $\Delta i = \pm\,0{,}04$ — это промежуток {4,074; 4,146}. Он показан на рис. 5.2 в виде увеличенного фрагмента рис. 5.1. Чем меньше Δi, тем короче этот промежуток.

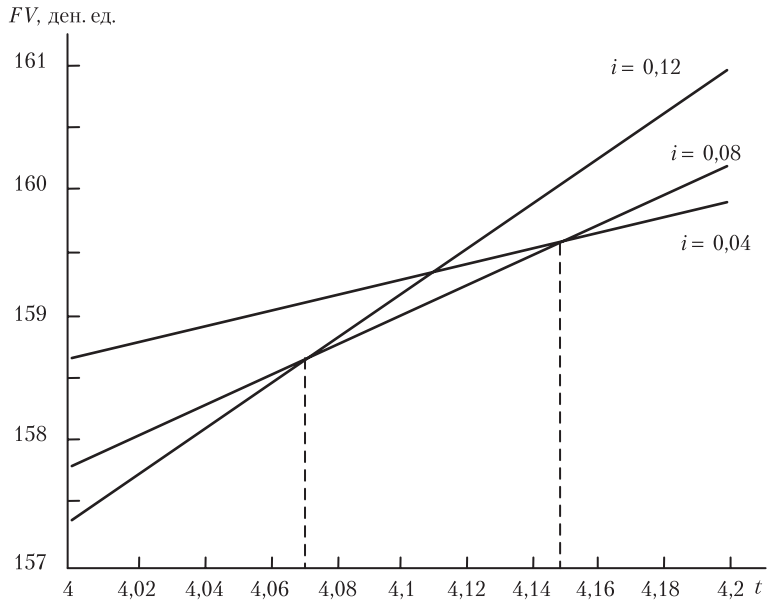

Рис. 5.2. **Интервал превышения $FV(i_1)$ над $FV(i_0)$**

Предел, к которому стремится значение МПК при бесконечно малом изменении ставки процента, равен[1]

$$\lim_{\Delta i \to 0} \bar{t} = \frac{\sum_{t=1}^{T} t a_t (1+i)^{-t}}{PV} \equiv t_D. \qquad (5.1)$$

Для облигации с постоянным годовым доходом a и ценой гашения B_T формула (5.1) принимает вид[2]

$$t_D = \frac{1+i}{i} - \frac{aT + B_T(1+i-iT)}{a(1+i)^T - a + iB_T}. \qquad (5.2)$$

Из проведенного анализа следует, что после изменения ставки процента будущая ценность облигации в момент t_D окажется не меньше той, которая ожидалась на этот момент до изменения ставки процента, независимо от того, в каком направлении и на какую величину она изменится. Величина t_D называется *дюрацией* (*duration*). Величина FV вложений в облигации, рассчитанная на момент дюрации по исходной ставке процента, является нижней границей всех значений FV при других ставках процента.

Это иллюстрирует рис. 5.3, построенный по данным примера 5.2. У облигации номиналом в 100 ден. ед. с пятилетним сроком гашения по номиналу и ежегодным купонным доходом в 12 ден. ед. $t_D = 4{,}11$. Какие значения принимает к этому моменту величина FV вложений в такую облигацию при различных ставках процента, показывает изображенная на данном рисунке кривая.

Таким образом, каждый инвестиционный проект с детерминированными многопериодными чистыми поступлениями, разновидностью которого является покупка облигации, имеет свой показатель дюрации, который рассчитывается по формуле (5.1). Определенная к этому моменту FV инвестиций будет получена независимо от того, как и на сколько изменится ставка процента сразу после осуществления инвестиций (покупки облигаций).

Из формулы расчета дюрации очевидно, что ее величина зависит: а) от срока обращения облигации; б) ставки процента; в) размера поперiодных доходов и их распределения во времени. Исследуем, как меняется дюрация при изменении перечисленных факторов на примере облигаций с купонным доходом.

[1] См.: Математическое приложение 1 к данной главе.
[2] См.: Там же.

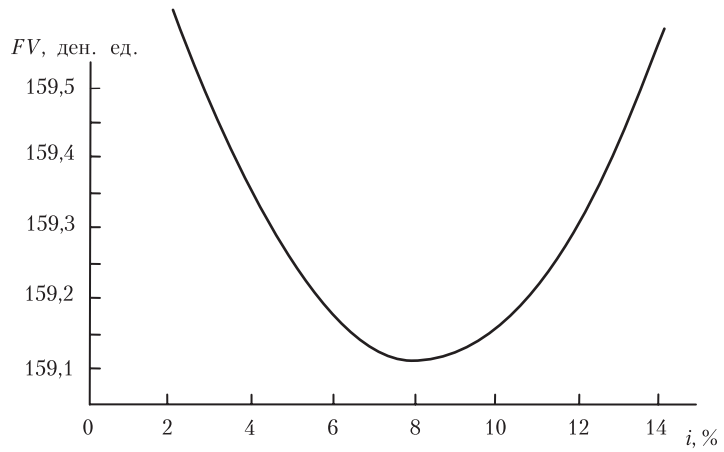

Рис. 5.3. ***FV* облигации в момент дюрации при различных ставках процента**

В соответствии с формулой (5.1) при $T \to 1$ дюрация тоже стремится к единице; а при $T \to \infty$ к $(1 + i)/i$. В интервале $1 < T < \infty$ изменение величины дюрации по мере увеличения срока обращения купонной облигации зависит от соотношения ее номинальной доходности (a/B_T) и рыночной ставки процента. Если $a/B_T = i$, то с ростом T дюрация монотонно увеличивается с замедляющимся темпом, стремясь к величине $(1 + i)/i$. Более медленно она увеличивается в случае, когда $a/B_T > i$, а если $a/B_T < i$, тогда на некоторое время величина дюрации переходит свою верхнюю границу и затем возвращается к ней. На рис. 5.4 приведены траектории роста дюраций по мере удлинения срока обращения трех облигаций A, B, C с одинаковой ценой гашения $B_T = 100$ ден. ед., но различными купонными выплатами (ден. ед.): $a_A = 2$, $a_B = 8$, $a_C = 14$ — при $i = 8\%$ облигаций. Дюрация этих облигаций устремляется к $1{,}08/0{,}08 = 13{,}5$.

По мере роста ставки процента дюрация уменьшается. При $i \to 0$ дюрация стремится к своему максимальному значению:

$$t_D = \frac{T}{2}\left(\frac{a + B_T}{aT + B_T} + 1\right),$$

а при $i \to \infty$ дюрация приближается к единице.

Для иммунизации риска ставки процента особенно важны последствия перемещения чистых поступлений одного периода в другой. Чтобы об-

наружить, как меняют дюрацию сдвиги во времени купонных доходов, перенесем выплаты некоторого периода τ на l периодов ближе к концу срока обращения облигации. На текущей ценности облигации (знаменателе формулы (5.1)) такое перемещение дохода не отразится, так как

$$a_\tau(1+i)^{-\tau} = a_\tau(1+i)^l(1+i)^{-(\tau+l)}.$$

Числитель в формуле (5.1) уменьшится на $\tau a_\tau(1+i)^{-\tau}$ и увеличится на $(\tau+l)a_\tau(1+i)^l(1+i)^{-(\tau+l)}$; в итоге получаем прирост $la_\tau(1+i)^{-\tau}$.

Следовательно, разность между новой и исходной дюрациями равна

$$t_{D1} - t_{D0} = \frac{a_\tau(1+i)^{-\tau}}{PV} l. \qquad (5.3)$$

Пример 5.2 (*продолжение*). При $i = 8\%$ дюрация облигации номиналом в 100 ден. ед. с пятилетним сроком гашения по номиналу и ежегодным купонным доходом в 12 ден. ед. равна 4,11. Определим, как изменится дюрация, если 12 ден. ед. во втором периоде заменить на $12 \cdot 1{,}08^2$ ден. ед. дополнительного дохода в четвертом периоде:

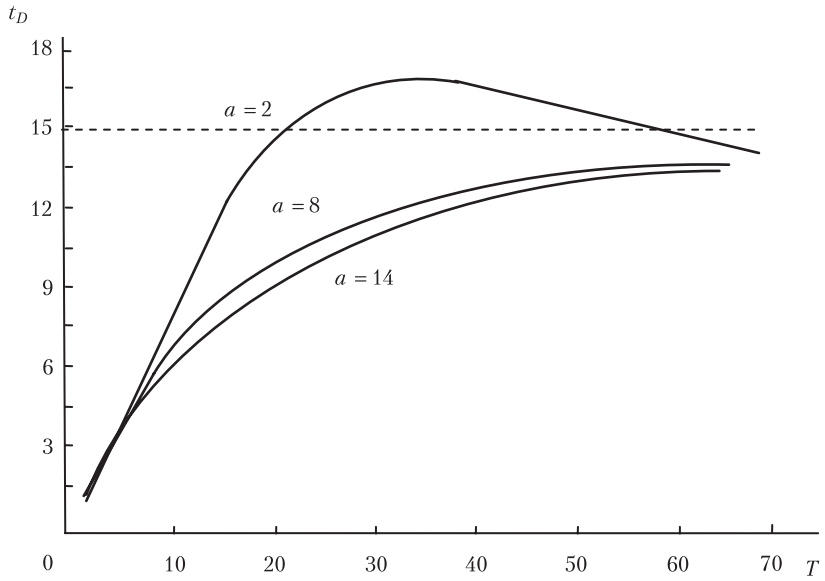

Рис. 5.4. **Зависимость дюрации от срока обращения облигации**

$$t_{D1} = \left[1 \cdot 12 \cdot 1{,}08^{-1} + 3 \cdot 12 \cdot 1{,}08^{-3} + 4(12 + 12 \cdot 1{,}08^2)1{,}08^{-4} + \right.$$
$$\left. + 5 \cdot 112 \cdot 1{,}08^{-5}\right]/116 = 4{,}287.$$

Это соответствует расчетам по формуле (5.3):

$$4{,}287 - 4{,}11 = 2 \cdot 12 \cdot 1{,}08^{-2}/116 = 0{,}177.$$

5.2.2. Управление дюрацией

Посредством целенаправленного изменения структуры портфеля облигаций инвестор может получить любое желаемое им значение дюрации. Это вытекает из того, что дюрация портфеля является средневзвешенной дюраций содержащихся в нем облигаций[1]:

$$t_{D,p} = g_A t_{D,A} + (1 - g_A) t_{D,B}.$$

Следовательно, если инвестор желает, чтобы к некоторому моменту t^* ценность его вложений в облигации A и B при любом изменении ставки процента была не меньше запланированной величины, то доля облигаций A в текущей ценности портфеля должна быть

$$g_A = \frac{t_{D,B} - t^*}{t_{D,B} - t_{D,A}}. \qquad (5.4)$$

Пример 5.3. Инвестор желает вложить 1000 ден. ед. в облигации на шесть лет при текущей ставке процента на денежном рынке $i = 8\%$. На вторичном рынке ценных бумаг имеются два вида облигаций (A и B) с ценами гашения $A_T = 125$ ден. ед. и $B_T = 150$ ден. ед., годовыми купонными доходами соответственно 10 и 12 ден. ед. и сроками обращения $T_A = 8$; $T_B = 11$. Поскольку текущая рыночная ставка процента совпадает с номинальной доходностью облигаций, то их сегодняшняя цена (PV) совпадает с номиналом: $B_A = 125$ ден. ед. и $B_B = 150$ ден. ед.

В представленных условиях к началу седьмого года инвестор имеет возможность накопить 1713,8 ден. ед. тремя способами[2].

Во-первых, можно купить восемь облигаций A. Реинвестированные годовые доходы первых шести лет и приведенные к началу седьмого года доходы восьмого года в сумме равны 1713,8 ден. ед.

Во-вторых, можно купить 20/3 облигаций B. Реинвестированные годовые доходы первых шести лет и приведенные к началу седьмого года доходы последующих пяти лет в сумме тоже равны 1713,8 ден. ед.

[1] См.: Математическое приложение 2 к данной главе.

[2] Все расчеты к примеру см. в Математическом приложении 3 к данной главе.

Таблица 5.3

Структура потока доходов портфеля из облигаций *A* и *B*
(вариант 1 — исходный)

Облигации	t											PV	t_D
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		
A	37,78	37,78	37,78	37,78	37,78	37,78	37,78	510				472,2	6,2
B	42,22	42,22	42,22	42,22	42,22	42,22	42,22	42,22	42,22	42,22	570	527,8	7,7
A+B	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	80,0	552,23	42,22	42,22	570	1000	7

В-третьих, можно сформировать портфель из обеих разновидностей облигаций. Чтобы застраховаться от возможного изменения ставки процента сразу после покупки облигаций, структура портфеля должна соответствовать равенству (5.4). В результате расчетов по формуле (5.2) получаем $t_{D,\,A} = 6{,}2$; $t_{D,\,B} = 7{,}7$. Поэтому доля облигаций *A* в портфеле $g = 0{,}4722$. Следовательно, на 472,2 ден. ед. нужно купить облигаций *A* и 527,8 ден. ед. облигаций *B*, т.е. 472,2/125 = 3,78 облигаций *A* и 527,8/150 = 3,52 облигаций *B*. Такой портфель имеет поток доходов, представленный в табл. 5.3.

Реинвестированные годовые доходы первых шести лет и приведенные к началу седьмого года доходы последующих пяти лет такого портфеля в сумме также равны 1713,8 ден. ед.

Каковы будут последствия изменения рыночной ставки процента сразу после покупки облигаций в каждой из трех альтернатив, показано в табл. 5.4.

Таблица 5.4

Ценность вложений в облигации к седьмому году при различных ставках процента

Будущая ценность	i		
	0,08	0,06	0,1
FV_A	1713,8	1690,4	1740,8
FV_B	1713,8	1740,8	1695,6
FV_p	1713,8	1717	1717

Приведенные в этой таблице данные показывают, что только в случае вложений в портфель указанной структуры инвестор застрахован от изменения ставки процента сразу после покупки облигаций.

Если после покупки облигаций до истечения срока их обращения рыночная ставка процента меняется не сразу и неоднократно, то для сохранения выбранной инвестором дюрации потребуется реструктуризация портфеля вслед за каждым изменением ставки процента. В этом случае задача инвестора осложняется тем, что нарушается правило расчета дюрации, в соответствии с которым все поперiодные поступления нужно приводить (дисконтировать) к определенному моменту по *единому* коэффициенту дисконтирования. Если, например, ставка процента изменилась через один год после покупки облигации, то условия реинвестирования купонных доходов первого года будут отличаться от условий реинвестирования в последующие годы. Для выравнивания условий (применения единого коэффициента дисконтирования) нужно при проведении расчетов доходы, полученные до изменения ставки

процента, переместить в последующие за ее изменением периоды. Такое перемещение, как отмечалось выше, сопровождается удлинением дюрации. Чтобы сохранить ее неизменной, потребуется изменить структуру портфеля в пользу облигаций с более коротким сроком обращения. Кроме того, нужно принять во внимание, что изменение структуры портфеля возможно не только посредством продажи одного вида облигации и для покупки другого ее вида, но и за счет реинвестирования купонных доходов, например, облигации *A* в облигацию *B*.

Пример 5.3 (*продолжение*). Допустим, что в конце первого года после выплаты процентов ставка процента неожиданно снизилась с 8 до 6%, а в конце второго года возросла до 10%. (Предположение об изменении ставки процента в конце каждого года облегчает расчеты, не меняя сути анализируемых процессов.)

Последствия снижения ставки процента. Поскольку из-за снижения ставки процента дюрация увеличивается, то к началу второго года нужно реструктурировать портфель в пользу облигации *A* с более коротким сроком обращения. Поэтому используем весь доход первого года (80 ден. ед.) для покупки дополнительного пакета облигаций *A*. При этом нужно учесть, что снижение ставки процента и сокращение срока обращения на один год изменило цены облигаций к началу второго года. Облигация *A* создает следующий поток поступлений:

t	2	3	4	5	6	7	8
a	10	10	10	10	10	10	135

При i = 6% сегодняшняя ценность потока поступлений PV_A = 138,96 ден. ед.; соответственно PV_B = 172,1. Следовательно, на доход первого года можно купить 80/138,96 = 0,576 облигаций *A*, доведя их общее количество до 4,35 шт.; в результате со второго года портфель обеспечивает поток поступлений, представленный в табл. 5.5.

Дюрация потока поступлений от облигаций *A* теперь равна 5,7, от облигаций *B* — 7,45, а от всего портфеля — 6,57. Поскольку ко второму году дюрация должна равняться шести, то снова рассчитаем по формуле (5.4) требующуюся долю облигаций *A*:

$$g_A = (7{,}45 - 6)/(7{,}45 - 5{,}7) = 0{,}829.$$

Следовательно, ценность облигаций *A* в портфеле должна составлять 0,829 · 1210,5 = 1003,5 ден. ед., т.е. на 1003,5 – 605 = 398,5 ден. ед. нужно продать облигаций *B* и купить облигаций *A*. Тогда в портфеле останется (605,5 – – 398,5)/172,1 = 1,2 облигаций *B*, а облигаций *A* будет (605 + 398,5)/138,96 = = 7,22 шт. Такой портфель обеспечивает поток поступлений, представленный в табл. 5.6, и его дюрация равна шести годам.

Таблица 5.5

Структура потока доходов портфеля из облигаций *A* и *B* (вариант 2)

Облигации	t											PV	t_D
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			
A	43,54	43,54	43,54	43,54	43,54	43,54	587,79					605,0	5,7
B	42,22	42,22	42,22	42,22	42,22	42,22	42,22	42,22	42,22	570,0		605,5	7,45
A+*B*	85,76	85,76	85,76	85,76	85,76	85,76	630,01	42,22	42,22	570,0		1210,5	6,57

Таблица 5.6

Структура потока доходов портфеля из облигаций A и B (вариант 3)

Облигации	t											PV	t_D
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			
A	72,22	72,22	72,22	72,22	72,22	72,22	975					1003,5	5,7
B	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	194,9		207	7,4
A+*B*	86,66	86,66	86,66	86,66	86,66	86,66	989,4	14,4	14,4	194,9		1210,5	6,0

Таблица 5.7

Структура потока доходов портфеля из облигаций A и B (вариант 4)

Облигации	t											PV	t_D
	3	4	5	6	7	8	9	10	11				
A	72,22	72,22	72,22	72,22	72,22	974,97						824,2	4,94
B	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	14,4	194,9			159,7	6,59
A+*B*	86,66	86,66	86,66	86,66	86,66	989,41	14,44	14,44	194,9			983,8	5,21

Таблица 5.8

Структура потока доходов портфеля из облигаций *A* и *B* (вариант 5)

Облигации	t										PV	t_D
	3	4	5	6	7	8	9	10	11			
A	79,8	79,8	79,8	79,8	79,8	1077,3					910	4,94
B	14,44	14,44	14,44	14,44	14,44	14,44	14,44	14,44	194,9		160	6,58
A+*B*	94,2	94,2	94,2	94,2	94,2	1091,7	14,44	14,44	194,9		1070	5,19

Таблица 5.9

Структура потока доходов портфеля из облигаций *A* и *B* (вариант 6)

Облигации	t										PV	t_D
	3	4	5	6	7	8	9	10	11			
A	90,6	90,6	90,6	90,6	90,6	1223,4					1033	4,95
B	3,28	3,28	3,28	3,28	3,28	3,28	3,28	3,28	43,78		37	6,57
A+*B*	93,9	93,9	93,9	93,9	93,9	1226,65	3,28	3,28	43,78		1070	5,0

Последствия повышения ставки процента. После того как в начале третьего года калькуляционная ставка возрастет до 10%, структура *PV* и дюрация попериодных поступлений портфеля примут вид, представленный в табл. 5.7.

Чтобы к седьмому году *FV* вложений в облигации была не меньше запланированной величины, дюрация по истечении двух лет должна равняться пяти годам. Для уменьшения дюрации портфеля до пяти используем все 86,66 ден. ед., полученные во втором году, на покупку дополнительных облигаций *A*. Их рыночная цена в это время равна

$$10(1{,}1^6 - 1)/(0{,}1 \cdot 1{,}1^6) + 125/1{,}1^6 = 114{,}1.$$

В связи с этим дополнительно можно купить 86,66/114,1 = 0,759 акций *A*, и тогда всего в портфеле их будет 7,22 + 0,759 = 7,98 шт. Количество облигаций *B* по-прежнему останется 1,2 шт. Свойства этого портфеля показаны в табл. 5.8.

В результате проведенной реструктуризации портфеля дюрация уменьшилась незначительно. Поэтому необходимо еще больше увеличить в портфеле долю акций *A*. Рассчитаем ее по формуле (5.4):

$$g_A = (6{,}58 - 5)/(6{,}58 - 4{,}94) = 0{,}966.$$

Следовательно, ценность облигаций *A* в портфеле должна равняться 0,966 × × 1070 = 1033,6 ден. ед., т.е. ее нужно увеличить на 1033,6 – 910 = 123,6 ден. ед. Для этого надо купить еще 123,6 /114,1 = 1,08 облигаций *A* за счет продажи облигаций *B* в количестве 123,6 /132,7 = 0,93 шт. Теперь в портфеле 7,98 + 1,08 = = 9,06 облигаций *A* и 1,2 – 0,93 = 0,27 облигаций *B*. Он дает поток поступлений, показанный в табл. 5.9. Дюрация этого портфеля равна пяти. Если ставка процента больше меняться не будет, то к началу седьмого года ценность портфеля составит 1723,5 ден. ед.:

$$93{,}9 \cdot 1{,}1^4 + 93{,}9 \cdot 1{,}1^3 + 93{,}9 \cdot 1{,}1^2 + 93{,}9 \cdot 1{,}1 + 93{,}9 +$$

$$+ 1226{,}65/1{,}1 + 3{,}28/1{,}1^2 + 3{,}28/1{,}1^3 + 43{,}8/1{,}4^4 = 1723{,}5.$$

Это почти на 10 ден. ед. больше запланированной величины.

5.3. Деривативы как инструменты снижения финансовых рисков

Деривативы — это ценная бумага, предоставляющая ее владельцу право совершить в будущем торговую сделку с базовым активом, в качестве которого может выступать как материальное благо (зерно, металл, нефть и др.), так и финансовые титулы (облигации, акции, индексы рыночного

портфеля, ставка процента, валютные курсы и др.). Деривативы способствуют снижению риска потому, что в представляемых ими контрактах заранее определены содержание и основные условия будущей сделки: объем, цена, момент исполнения, форма расчетов и т.п.

В настоящее время существуют десятки разновидностей деривативов, различающихся как по объектам сделки (базовым активам), так и по набору предоставляемых их владельцам прав. В зависимости от способа перераспределения риска между участниками сделки деривативы делятся на фьючерсы, опционы и свопы. Фьючерс представляет собой срочный контракт, который обязаны исполнить обе стороны сделки — и покупатель, и продавец базового актива. В отличие от фьючерса опцион дает возможность владельцу отказаться в будущем от принятых на себя обязательств купить или продать базовый актив. Посредством фьючерсов и свопов происходит хеджирование, а посредством опционов — страхование рисков.

Фьючерсы возникли из срочных контрактов (форвардов). По мере того как происходила стандартизация содержания и основных условий срочных контрактов, они стали заключаться и осуществляться на специализированных биржах, выступающих в роли посредников и гарантов соблюдения обязательств сторонами сделки. Вместо того чтобы заключить с фермером контракт на покупку у него через шесть месяцев 10 т пшеницы по цене 500 ден. ед., можно за 5000 ден. ед. купить на бирже фьючерс, гарантирующий осуществление такой сделки. Ответственность за его исполнение берет на себя клиринговая палата биржи, в которой стороны сделки открывают расчетный счет с определенной суммой денег, называемый позицией. В дальнейшем ежедневно до истечения срока фьючерса клиринговая палата производит корректировку позиций сторон в соответствии с отклонением текущей рыночной цены пшеницы от ее цены исполнения. Поэтому фьючерс можно рассматривать как ежедневно возобновляемый форвард.

Целью участников биржевой торговли фьючерсами чаще всего является не поставка или получение товара (объекта сделки), а хеджирование или получение арбитражной прибыли (спекуляция) при несовершенном финансовом рынке. Поэтому только незначительная часть реализации фьючерсов завершается передачей объекта сделки (базового актива).

Так, если 1 марта на бирже был куплен фьючерс на поставку 1 сентября 10 т пшеницы за 5000 ден. ед., то и покупатель, и продавец фьючерса открывают позицию на сумму, например, 700 ден. ед. Примем в целях упрощения, что до 30 августа рыночная цена пшеницы не изменялась, а 30 августа она возросла до 550 ден. ед. Тогда на счете покупателя фьючерса

в этот день будет 700 + (5500 – 5000) = 1200 ден. ед., а на счете продавца — 700 – (5500 – 5000) = 200 ден. ед. Если 31 августа цена пшеницы снизится до 460 ден. ед., то на счете покупателя окажется 700 + (4600 – – 5000) = 300 ден. ед., а на счете продавца — 700 – (4600 – 5000) = 1100 ден. ед. В результате независимо от поставки пшеницы продавец фьючерса получает прибыль в размере 400 ден. ед., а покупатель имеет такие же потери. Оба оказались бы в такой же позиции, если бы покупатель потребовал исполнения фьючерса: ему пришлось бы заплатить 5000 ден. ед. за 10 т пшеницы, которые в данный момент имеют цену 4600 ден. ед.

Впервые торговля финансовыми фьючерсами была осуществлена в апреле 1973 г. на Чикагской бирже срочных контрактов. Появление деривативов в России относится к октябрю 1992 г., когда на Московской товарной бирже началась торговля фьючерсными контрактами на доллар США.

Главное отличие опциона от фьючерса[1] состоит в том, что он защищает его обладателя от отрицательных последствий несовпадения рыночной цены базового актива с его контрактной ценой в момент исполнения сделки, поскольку покупатель опциона имеет право, как уже отмечалось, отказаться от исполнения контракта. Этой особенностью опциона объясняется существование двух его типов: опциона покупки — *колл* (*call*), предоставляющего его владельцу право на покупку определенного количества базового актива по фиксированной цене исполнения, и опциона продажи — *пут* (*put*), дающего право продать базовый актив в заданном объеме и по заданной цене.

Опцион колл не используется владельцем, если в момент его исполнения рыночная цена базового актива ниже цены исполнения, а обладатель опциона пут не реализует его, когда в момент исполнения рыночная цена базового актива выше цены исполнения, так как в этом случае последний выгоднее купить на свободном рынке. Продавец опциона (подписчик) **обязан** продать или купить базовый актив в предусмотренном количестве по цене исполнения во всех случаях, когда покупатель опциона хочет ее реализовать.

Опционы различаются также по времени возможного их исполнения. Если представляемый опционом контракт можно исполнить только в определенный момент времени (момент исполнения), то такой опцион называется *европейским*; если же опционы можно исполнить в любое время до предельного момента их исполнения, то они называются *аме-*

[1] «Фьючерсные контракты и опционы похожи друг на друга, причем на столько, что люди часто их путают». *Бригхэм Ю., Эрхардт М.* Финансовый менеджмент. СПб., 2005. С. 853.

риканскими. В реальных финансовых операциях американские опционы более распространены, чем европейские, так как они предоставляют своему владельцу больше возможностей. Однако основные свойства и условия применения опционов в финансовом менеджменте удобней анализировать на примере европейских опционов. В связи с этим они и будут рассматриваться в дальнейшем.

5.3.1. Фьючерсное хеджирование

Для хеджирования ценных бумаг посредством фьючерсов чаще всего применяются фьючерсные покупки индексов рыночного портфеля крупнейших фондовых бирж. Чтобы перевести индексы в денежные суммы, каждой бирже приписывается определенный сомножитель, переводящий ее индекс в денежные единицы. Например, у РТС он равен 100 руб., у NYCE — 500 долл. Инвестор, желающий купить индекс РТС при его значении 1125 должен заплатить 112,5 тыс. руб. Если через определенное время индекс возрастет до 1150, то, продав его, инвестор получит 100(1150 – 1125) = 2500 руб. прибыли.

Когда инвестор ожидает снижения курса акций, он может застраховаться от потерь, продавая фьючерсы индекса фондовой биржи. Если курс акций упадет, то снизится и индекс, и его можно будет купить по пониженной цене. Так потери на акциях можно компенсировать выигрышем от операций с индексом.

Пример 5.4. Предположим, инвестор, имеющий акции РАО ЕС на сумму по текущему курсу 120 тыс. руб., ожидает снижения их курса. Пусть текущий индекс РТС равен 1125 и акции РАО ЕС имеют $\beta = 1{,}5$. Определим число фьючерсов, которые должен продать инвестор для полной компенсации потерь от снижения курса акций. Если индекс РТС снизится на x%, то в соответствии с CAPM курс акций РАО ЕС уменьшится на 1,5x%. Потери на ценности акций будут равны выигрышу от спекуляции индексом при

$$\beta x Z_0 = nbxI_0 \Rightarrow n = \beta Z_0 / bI_0,$$

где Z_0 — исходная ценность акций; I_0 — исходное значение индекса; b — множитель индекса биржи; n — число фьючерсов.

В рассматриваемом примере $n = 1{,}5 \cdot 120\,000/112\,500 = 1{,}6$. Если курс акций РАО ЕС снизится на 15%, то индекс РТС упадет на 10%. Тогда потери инвестора на курсе акций составят 0,15 · 120 = 18 000 руб., и его выигрыш от операций с индексом будет таким же: 1,6 · 100 · 0,1 · 1125 = 18 000 руб.

Однако рассмотренный способ страхования связан с альтернативными издержками: использованным в операциях с фондовым индексом средствам можно было бы найти другое применение. В связи с этим, несмотря на то, что за возможность осуществлять фьючерсные сделки ничего платить не нужно, правомерен вопрос о ценности фьючерса: в какой степени его применение повышает благосостояние пользователя?

Определим, например, ценность фьючерса на покупку пакета акций через шесть месяцев за F_0 ден. ед., текущая цена которого Z_0 ден. ед. Инвестор, ожидающий повышение курса этих акций, может попытаться получить спекулятивную прибыль двумя способами: заключить контракт на покупку акций через шесть месяцев по цене Z_0 или взять на полгода кредит и купить пакет акций по текущей цене. При использовании первой альтернативы в момент исполнения инвестор фьючерса будет иметь ($\tilde{Z}_6 - F_0$) прибыли или убытков в зависимости от того, каково соотношение между рыночной ценой пакета акций и ценой исполнения фьючерса. В случае покупки пакета акций по цене Z_0 инвестор должен будет вернуть банку через полгода $Z_0(1 + 0{,}5i)$ ден. ед. и ценность его имущества изменится на разность $\tilde{Z}_6 - Z_0(1 + 0{,}5i)$. В состоянии равновесия на финансовом рынке (при отсутствии возможности арбитража) должно выполняться следующее равенство:

$$\tilde{Z}_6 - F_0 = \tilde{Z}_6 - Z_0(1 + 0{,}5i) \Rightarrow F_0 = Z_0(1 + 0{,}5i),$$

т.е. ценность (равновесная цена) фьючерса равна текущей рыночной цене базового актива, приведенной к моменту исполнения фьючерса.

Когда срок исполнения фьючерса превышает год, тогда $F_0 = Z_0(1 + i)^T$, где T — число лет актуальности фьючерса. Если в течение срока действия фьючерса базовый актив приносит доходы (D), то ценность фьючерса уменьшается на их величину:

$$F_0 = Z_0(1 + i)^T - D.$$

Обратим внимание на то, что в формуле расчета ценности фьючерса отсутствует ожидаемое значение курса базового актива к моменту исполнения фьючерса ($\tilde{Z}_T$). Тем не менее волатильность курса базового актива влияет на ценность фьючерса через текущую цену базового актива. Поскольку она формируется в ходе взаимодействия спроса и предложения на рынке капитала, то в ней отражается степень риска доходности базового актива.

Возможность осуществления фьючерсной сделки влияет на результат решений экономических агентов. Рассмотрим это на примере определения оптимального объема экспорта фирмы при плавающем валютном курсе. В текущем периоде t_0 фирма принимает решение о количестве продукции, которая будет продана за границей в следующем периоде t_1. Даже если цена и объем продаж за границей однозначно определены, прибыль от экспорта является стохастической величиной:

$$\tilde{\pi}_1 = P(Q)Q\tilde{w}_1 - cQ - f,$$

где P — цена в иностранной валюте — убывающая функция от объема продаж Q; $\tilde{w}_1$ — возможное значение обменного курса в периоде t_1 (цена иностранной валюты, выраженная в отечественной валюте); c — средние переменные затраты, принятые в целях упрощения неизменными; f — постоянные затраты. Предпочтение фирмы относительно доходности и риска отображается функций

$$U = \bar{\pi}_1 - \psi\sigma^2(\tilde{w}_1);\ \psi > 0.$$

Поскольку математическое ожидание прибыли

$$\bar{\pi}_1 = P(Q)Q\bar{w}_1 - cQ - f,$$

а ее вариация

$$\sigma^2(\tilde{\pi}_1) = \left[P(Q)Q\right]^2\sigma^2(\tilde{w}_1),$$

то оптимальный объем экспорта определится из максимизации функции

$$U = R(Q)\bar{w}_1 - cQ - f - \psi\left[R(Q)\right]^2\sigma^2(\tilde{w}_1), \qquad (5.5)$$

где $R(Q) \equiv P(Q)Q$ — выручка фирмы на иностранном рынке.

Функция (5.5) достигает максимума при

$$\frac{dR}{dQ}\bar{w}_1 - c = 2\psi R\frac{dR}{dQ}\sigma^2(\tilde{w}_1) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{dR}{dQ}\left[\bar{w}_1 - 2\psi R\sigma^2(\tilde{w}_1)\right] = c.$$

В квадратной скобке этого равенства представлен гарантированный эквивалент плавающему обменному курсу. Таким образом, фирма будет увеличивать объем экспорта до тех пор, пока предельная выручка, измеренная посредством гарантированного эквивалента плавающему валютному курсу, не сравняется с предельными затратами.

Когда существует возможность заключить контракт на продажу иностранной валюты в периоде t_1 по фиксированному курсу w_f, то экспортер одновременно с объемом производства для экспорта определяет объем фьючерсной валютной сделки (m). Общая прибыль экспортера в этом случае определяется по формуле

$$\pi_1 = R(Q)w_f - cQ + m\left(w_f - \tilde{w}_1\right).$$

Объем экспорта теперь устанавливается однозначно из условия максимизации прибыли $dR/dQ = c$, а управление риском сводится к определению объема фьючерсной сделки на валютном рынке. Фирма максими зирует функцию

$$U = m\left(w_f - \bar{w}_1\right) - \psi m^2\sigma^2(\tilde{w}_1).$$

Она достигает максимума при

$$\frac{dU}{dm} = w_f - \bar{w}_1 - 2\psi m^*\sigma^2(\tilde{w}_1) \Rightarrow m^* = \frac{w_f - \bar{w}_1}{2\psi\sigma^2(\tilde{w}_1)}.$$

Величина m^* не обязательно будет равна выручке фирмы от экспорта.

5.3.2. Ценность опционов

Опцион является более совершенным инструментом предотвращения потерь инвестора по сравнению с фьючерсом, так как его владелец, как уже отмечалось, имеет право отказаться от исполнения контракта в случае неблагоприятного для него исхода. За это покупатель опциона платит его продавцу определенную сумму денег — цену опциона (премию). Как в момент исполнения контракта меняется благосостояние инвестора в зависимости от того, купил ли он фьючерс или опцион, показано на рис. 5.5.

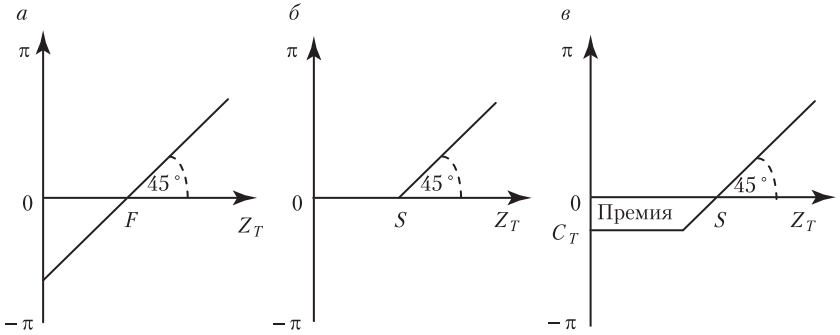

Рис. 5.5. **Прибыль (убытки) обладателя фьючерса (*а*) и опциона колл без учета премии (*б*) и с премией (*в*) в момент исполнения деривативa**

В обоих случаях у него будут потери, если текущая цена (Z_T) базового актива меньше цены, предусмотренной в контракте (S), но при использовании фьючерса потери могут быть сколь угодно большими, а при применении опциона — не больше его цены, дисконтированной к моменту исполнения ($C_T = C_0(1 + i)^T$).

Посредством покупки нескольких различных опционов можно сформировать любой профиль изменения благосостояния инвестора в момент исполнения контракта. На рис. 5.6 жирная линия представляет

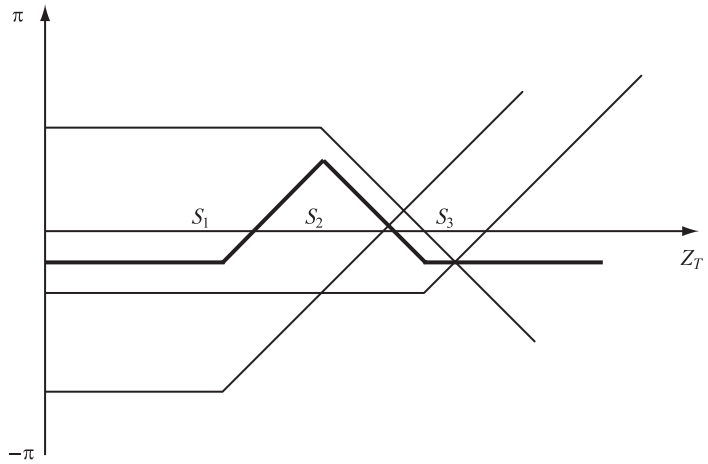

Рис. 5.6. **Прибыль (убытки) обладателя портфеля опционов Butterfly-Call-Spreads**

позицию покупателя двух разных опционов колл с ценами исполнения S_1 и S_2 и двух одинаковых опционов пут с ценой исполнения S_3 на некий базовый актив с рисковой доходностью (позиция Butterfly-Call-Spreads).

Опцион колл. Индивид, планирующий в некоторый будущий момент T купить акцию, курс которой в текущем периоде равен Z_0, может застраховаться от возможного повышения ее курса покупкой опциона колл с ценой исполнения $S = Z_0$ в момент T. Если курс акций к моменту исполнения опциона действительно возрастет и превысит цену исполнения опциона, то имущество инвестора возрастет на ($Z_T - S$), где Z_T — рыночный курс акций в момент исполнения. В случае $Z_T \le S$ инвестор не воспользуется опционом, т.е. его ценность окажется нулевой.

Покупкой опциона колл можно также предотвратить потери от снижения курса имеющейся у инвестора акции. Если ее продать по текущему курсу Z_0 и приобрести право на покупку такой же акции через определенное время по цене исполнения $S = Z_0$, то при $Z_T < Z_0$ акцию можно купить снова, забыв про опцион, а при $Z_T > Z_0 = S$ использовать опцион, увеличивая ценность своих финансовых активов на $Z_T - S$.

Таким образом, выигрыш покупателя опциона колл в момент его исполнения равен:

$$\pi_T = \max\{(Z_T - S); 0\}.$$

Однако опцион покупается не в момент его исполнения, а до этого в некоторый момент $t < T$. Аналогично тому, как для принятия решения о реальных инвестициях требуется знать сегодняшнюю ценность ожидаемого потока доходов от объекта инвестирования, в момент покупки опциона необходимо знать его сегодняшнюю ценность. При определении ценности колл в некоторый момент $t < T$ цена исполнения опциона должна быть дисконтирована к моменту t:

$$\pi_t = \max\left\{\left[Z_t - \frac{S}{(1+i)^{T-t}}\right]; 0\right\}. \qquad (5.6)$$

Больше этой величины за опцион платить не будут. При равновесии на финансовом рынке выражение (5.6) определяет текущую цену опциона ($C_t = \pi_t$).

Таким образом, ценность опциона колл до момента его исполнения зависит от текущей цены базового актива, цены исполнения опциона,

калькуляционной ставки процента и оставшегося до исполнения опциона срока.

Однако главная особенность опциона состоит в специфической зависимости его ценности от волатильности курса базового актива. Проиллюстрируем это на следующем примере.

Пример 5.5. Сравним ожидаемые результаты двух осуществляемых в данный момент финансовых операций при гарантированной доходности денежного рынка $i = 8\%$.

1. Покупка акции за 100 ден. ед., которая в течение ближайших шести месяцев не приносит дивидендов, а ее курс через полгода с различной вероятностью (w_s) примет одно из следующих значений:

w_s:	0,1;	0,15;	0,2;	0,25;	0,3;
Z_s:	85;	90;	95;	120;	125.

2. Покупка опциона колл, дающего право через шесть месяцев купить такую же акцию за 104 ден. ед.

Ожидаемый прирост ценности имущества инвестора в первом случае равен:

$$(85 - 104) \cdot 0{,}1 + (90 - 104) \cdot 0{,}15 + (95 - 104) \cdot 0{,}2 +$$

$$+ (120 - 104) \cdot 0{,}25 + (125 - 104) \cdot 0{,}3 = 4{,}5,$$

а во втором он составляет

$$0 \cdot 0{,}45 + (120 - 104)0{,}25 + (125 - 104) \cdot 0{,}3 = 10{,}3,$$

поскольку при $Z_s < 104$, т.е. при первых четырех исходах, опцион не будет использован.

Пусть при том же распределении вероятностей состояний внешней среды ожидаются следующие значения курса рассматриваемой акции (Z_s):

75; 80; 100; 120; 130.

Математическое ожидание прироста благосостояния инвестора в случае покупки им акции не изменилось:

$$(75 - 104) \cdot 0{,}1 + (80 - 104) \cdot 0{,}15 + (100 - 104) \cdot 0{,}2 +$$

$$+ (120 - 104) \cdot 0{,}25 + (130 - 104) \cdot 0{,}3 = 4{,}5,$$

а в случае покупки опциона возросла на 1,5 ден. ед.:

$$0 \cdot 0{,}45 + (120 - 104) \cdot 0{,}25 + (130 - 104) \cdot 0{,}3 = 11{,}8.$$

Ценность опциона возросла только из-за того, что увеличилась амплитуда колебаний ожидаемых значений курса акции.

В связи с этим формула (5.6) определяет только нижнюю границу ценности опциона. Его текущая ценность будет тем больше, чем выше текущий рыночный курс базового актива, выступающий в качестве верхнего предела ценности опциона, так как ценность права на покупку базового актива не может превышать ценность самого актива. На этом основании ценность опциона делят на две части: внутреннюю ценность (Intrinsic Value), равную ее минимальному значению, и премию за время до момента исполнения опциона (Time Value Premium). Последняя возникает на основе прогнозов инвесторов относительно курса базового актива; чем больше времени остается до момента исполнения опциона, тем больше оснований полагать, что курс может повысится (его понижение владельца опциона колл не волнует).

Наглядно возможные значения текущей ценности опциона колл как функции от текущей цены базового актива показаны на рис. 5.7.

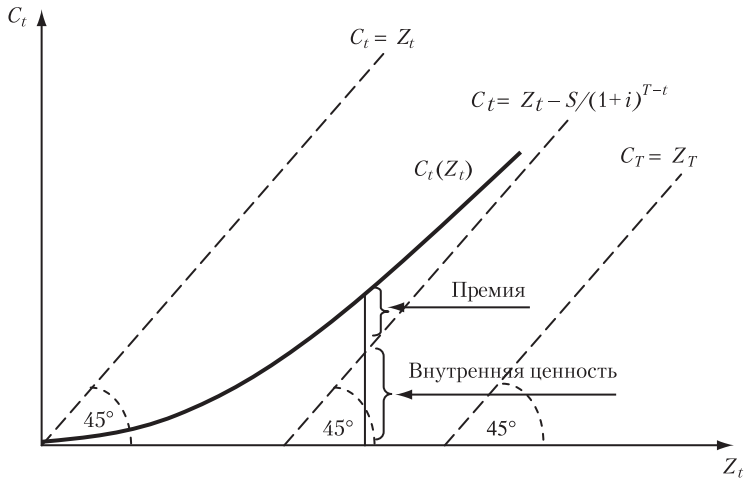

Рис. 5.7. **Кривая ценности опциона колл**

Для конкретизации зависимости $C_t(Z_t)$ предположим сначала, что ценность опциона определяется за один период до его исполнения и что в момент исполнения цена базового актива может принять только два значения: Z_T^+ или Z_T^- при $Z_T^- < Z_T^+$. Чтобы в такой ситуации определить ценность опциона колл в текущем периоде (C_0), составим эквивалентный ему по доходности портфель, содержащий x ед. базового актива и M ден. ед.:

$$Pf_0 = xZ_0 + M,$$

где Pf_0 и Z_0 — равновесная цена соответственно портфеля и базового актива в текущем периоде. Такой портфель будет эквивалентен опциону, если выполняется следующая система равенств:

$$\begin{cases} xZ_0 + M = C_0; \\ xZ_T^+ + M(1+i) = Z_T^+ - S; \\ xZ_T^- + M(1+i) = Z_T^- - S. \end{cases}$$

Первое равенство отражает равноценность обоих финансовых активов в текущем периоде, а два вторых — в момент исполнения опциона.

Поскольку при $Z_T^- < Z_T^+ < S$ никто опцион колл покупать не будет, а при $S < Z_T^- < Z_T^+$ он будет исполнен обязательно, т.е. опцион трансформируется во фьючерс, то рассмотрим только случай, когда $Z_T^- < S < Z_T^+$.

Определим необходимое количество акций в эквивалентном портфеле (x) из двух последних уравнений системы, вычитая последнее из предпоследнего:

$$x\left(Z_T^+ - Z_T^-\right) = Z_T^+ - S \Rightarrow x = \frac{Z_T^+ - S}{Z_T^+ - Z_T^-}.$$

Отсюда следует,что количество акций в эквивалентном опциону колл портфеле определяется отношением разброса цен опциона к разбросу цен базового актива в момент исполнения опциона. Подставив найденное значение x во второе уравнение системы, определим необходимое количество денег в портфеле

$$M = \frac{Z_T^-\left(Z_T^+ - S\right)}{\left(Z_T^- - Z_T^+\right)(1+i)}.$$

Теперь из первого уравнения системы можно рассчитать текущую ценность опциона колл при принятых предпосылках:

$$C_0 = \left(Z_0 - \frac{Z_T^-}{1+i}\right)\frac{Z_T^+ - S}{Z_T^+ - Z_T^-}. \qquad (5.7)$$

Обратим внимание на то, что использованный нами метод арбитражного ценообразования позволил определить ценность опциона колл независимо от того, с какой вероятностью рыночный курс базового актива в момент исполнения опции примет верхнее или нижнее значение в заданном интервале и каково отношение покупателя опциона к риску. Это объясняется тем, что при равновесии на финансовом рынке оба названных фактора отражаются в текущей рыночной цене базового актива (Z_0), которая выступает в роли единственного аргумента функции $C_0 = C_0(Z_0)$.

Формулу (5.7) можно использовать и в тех случаях, когда до исполнения опциона остается больше одного периода и для каждого периода заданы пределы колебания рыночного курса базового актива. Посредством деления каждого периода на подпериоды можно учесть вероятность возникновения больше двух различных состояний внешней среды.

В модели формирования равновесной цены опционов Блэка — Шоулза[1], получившей широкое признание не только в области теоретических исследований, но и на практике[2], предполагается, что происходит непрерывное колебание цены базового актива; при этом темпы ее прироста $(Z_t - Z_{t-1})/Z_{t-1}$ имеют нормальное логарифмическое распределение и стохастически независимы. В данном случае ценность опциона колл определяется по формуле

$$C_t = Z_t N(d_1) - \frac{S \cdot N(d_2)}{(1+i)^{T-t}}, \qquad (5.8)$$

где $N(d_1)$, $N(d_2)$ — значения функции коммулятивного нормального распределения соответственно при d_1 и d_2; последние две величины определяются по следующим формулам:

$$d_1 = \frac{\ln(Z_t / S) + \left[\ln(1+i) + 0{,}5\sigma^2\right](T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}};$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}.$$

[1] *Black F., Scholes M.* The Pricing of Options and Corporate Liabilities // Journal of Political Economie. 1973. № 5—6.

[2] «Каждый день дилеры на опционных биржах применяют эту формулу при совершении огромного числа сделок». *Брейли Р., Майерс С.* Принципы корпоративных финансов. М., 1999. С. 547.

Функция $N(d_1)$ принимает значения между 0 и 1. При уменьшении отношения Z_t/S ее величина стремится к нулю, а при увеличении — к единице. На этом основании веса $N(d_i)$ в выражении (5.8) можно рассматривать как меру вероятности того, что в момент исполнения опциона рыночная цена базового актива будет больше цены исполнения. Из формулы (5.8) следует, что ценность опциона колл увеличивается, когда растет цена базового актива, повышается амплитуда ее колебания и ставка процента, и уменьшается, когда возрастает цена исполнения опциона и сокращается время до его исполнения.

Пример 5.6. Определим ценность опциона на покупку акции с ценой исполнения 400 ден. ед. за полгода до ее исполнения при текущем курсе акции 350 ден. ед. и колебании ее доходности без выплаты дивидендов, соответствующей $\sigma = 0{,}25$, если годовая безрисковая ставка процента $i = 6\%$. В заданных условиях $d_1 = -0{,}502$; $d_2 = -0{,}679$; соответствующие им значения $N(d_1) = 0{,}308$, $N(d_2) = 0{,}249$ (формулы их вычисления имеются во многих компьютерных программах, например в Excel). Следовательно, $C_t = 350 \cdot 0{,}308 - 400 \cdot 0{,}249/1{,}06^{0{,}5} = 11{,}06$.

Опцион пут. Если инвестор имеет определенный вид акций, ценность которых по текущему курсу равна Z_0, и он ожидает снижения их курса, то купив опцион пут по цене исполнения $S = Z_0$, он застрахует себя от потерь. В случае действительного падения курса акций инвестор исполнит опцион и сохранит ценность своего имущества, если падение курса не произойдет, то затраты на покупку опциона окажутся бесполезными. В связи с этим ценность опциона пут в момент его исполнения равна:

$$P_T = \max\{(S - Z_T); 0\}.$$

В любой момент $t < T$ она больше или равна разности между дисконтированной к моменту t ценой исполнения и текущей ценой базового актива:

$$P_t \geq \max\left\{\left[\frac{S}{(1+i)^{T-t}} - Z_t\right]; 0\right\}.$$

Ценность опциона пут не может превышать дисконтированной цены исполнения, так как $Z_t \geq 0$. Поэтому в любой момент до его исполнения ценность находится в интервале

$$\frac{S}{(1+i)^{T-t}} \leq P_t \leq S.$$

Наглядно это показано на рис. 5.8.

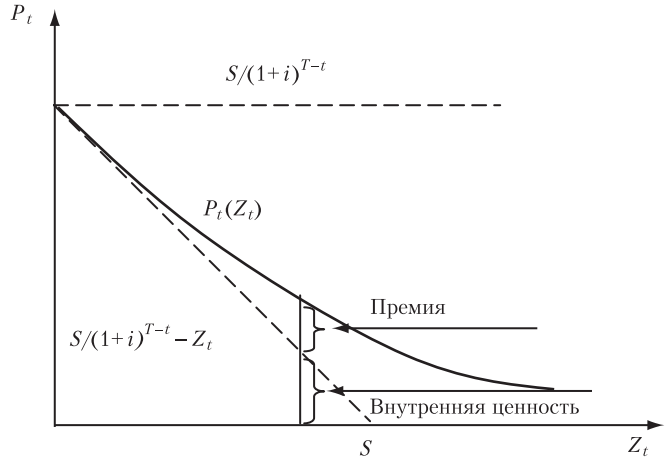

Рис. 5.8. **Кривая ценности опциона пут**

Конкретное значение ценности опциона пут можно определить на основе *теоремы паритетности колл-пут*, в соответствии с которой должно выполняться следующее равенство:

$$P_t = C_t + \frac{S}{(1+i)^{T-t}} - Z_t.$$

Оно основано на том, что два портфеля, один из которых содержит некоторую акцию и опцион пут на нее (право продать акцию в момент T по фиксированной цене S), а другой — опцион колл на эту акцию (право купить ее в момент T по фиксированной цене S) и вложения с гарантированным доходом, ценность которых в момент T равна S, обеспечивают одинаковый поток доходов при любых возможных исходах. Это представлено на рис. 5.9.

Ценность опциона пут превышает ценность опциона колл, если дисконтированная цена исполнения больше текущей цены базового актива.

С учетом предпосылок модели Блэка — Шоулза ценность опциона пут равна:

$$P_t = \frac{S}{(1+i)^{T-t}}\left[1 - N(d_2)\right] - Z_t\left[1 - N(d_1)\right].$$

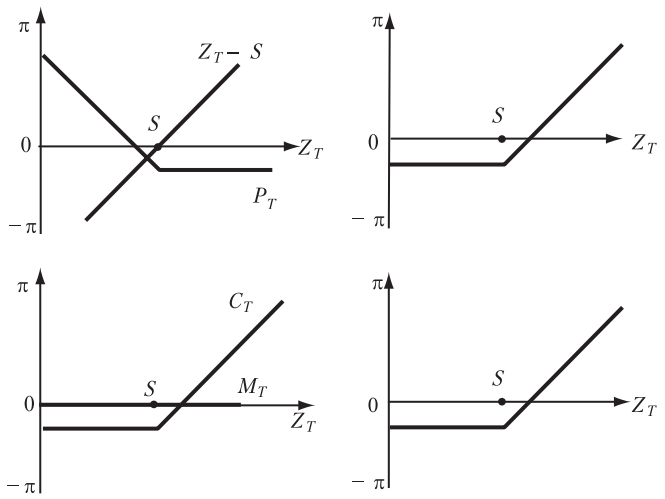

Рис. 5.9. **Колл-пут паритетность**

Таким образом, на ценность опционов оказывают влияние пять факторов.

1. Текущий курс базового актива; чем больше Z_t, тем больше ценность опциона колл и меньше ценность опциона пут.

2. Цена исполнения опциона воздействует на ценность опционов в обратном действию текущего курса направлении: чем больше S, тем меньше ценность опциона колл и больше ценность опциона пут.

3. Гарантированная доходность на денежном рынке; чем выше калькуляционная ставка процента, тем меньше дисконтированная к текущему моменту цена исполнения опционов; поэтому с ростом i повышается ценность опциона колл и снижается ценность опциона пут.

4. Время до момента исполнения опционов; если первые три фактора определяют только внутреннюю ценность опционов, то остающийся срок до момента их исполнения влияет и на внутреннюю ценность через уменьшение дисконтированной цены исполнения, и на премию за время; чем больше времени остается до исполнения опционов, тем больше ценность их обоих.

5. Волатильность курса базового актива, измеряемая стандартным отклонением; чем больше волатильность, тем больше ценность обоих опционов, страхующих инвесторов от растущего риска.

Реальные опционы. Модель оценки опционов Блэка — Шоулза широко используется не только для оценки финансовых контрактов, но и при определении эффективности реальных капиталовложений и ценности фирмы. Инвестиционные проекты, допускающие возможность применения гибкого планирования (см. параграф 3.3), можно рассматривать как проекты, содержащие опционы и в соответствии с этим имеющие бóльшую ценность, чем проекты, реализуемые при жестком планировании. Вспомним, что в примере 3.4 *NPV* проекта перевозки дачников на арендуемом автобусе в условиях гибкого планирования равна 85,3 ден. ед., а при жестком — только 67,2 ден. ед.

По мере того как менеджерам удается превращать жесткие инвестиционные проекты в гибкие, повышается ценность фирмы. Если фирма имеет право на досрочный выкуп своих облигаций или досрочное гашение кредитов на заранее оговоренных условиях, то она обладает опционом колл, ценность которого должна учитываться при определении стоимости ее капитала. Таким образом, реальные опционы могут быть как в активе, так и в пассиве фирмы.

Под реальными опционами понимается возможность в будущем принять решение, направленное на увеличение конечного результата реализуемого проекта.

Однако концепция реальных опционов не сводится к новому взгляду на давно известное явление. Она дает новый способ оценки инвестиционных проектов, содержащих возможность гибкого планирования. В соответствии с ним разность 85,3 – 67,2 = 18,1 ден. ед. в примере 3.4 нельзя интерпретировать как величину превышения ценности аренды автобуса при гибкой модели над ее ценностью при жесткой модели. Если возможность гибкого планирования рассматривать в качестве опциона, то нужно учитывать, что вариационный риск опциона больше вариационного риска базового актива. В связи с этим подсчет *NPV* по обоим вариантам проекта на основе одинаковой калькуляционной ставки процента (или одного и того же гарантированного эквивалента) завышает его оценку в модели гибкого планирования.

Пример 5.7. В текущем периоде имеется возможность вложить 100 ден. ед. в модернизацию входных дверей во вновь заселяемом доме. С одинаковой вероятностью в конце следующего периода валовая отдача будет равна 150 ден. ед., если новшество жильцам понравится, или 70 ден. ед. в противном случае. Определим выгодность этого проекта на основе CAPM, модели гибкого планирования и модели оценки опционов.

CAPM. Чтобы рассчитать *NPV*, требуется определить соответствующую рассматриваемому инвестиционному проекту калькуляционную ставку процента. Для этого нужно найти на рынке капитала финансовый актив, совершенно коррелирующий с нашим проектом капиталовложений (с одинаковым вари-

ационным риском). Таковой может быть акция с текущим курсом 45 ден. ед., который к концу следующего периода с одинаковой вероятностью возрастет до 75 или снизится до 35 ден. ед. Две эти акции обещают доход, аналогичный вложению в модернизацию дверей. Поскольку две акции можно купить за 90 ден. ед., то легко предвидеть, что *NPV* капиталовложений отрицательна. Внутренняя доходность вложений в акции $r = 0{,}22$:

$$45 = \frac{0{,}5 \cdot 75 + 0{,}5 \cdot 35}{1 + r} \to r = 0{,}22.$$

Она должна использоваться при расчете *NPV* капиталовложений:

$$NPV = \frac{0{,}5 \cdot 150 + 0{,}5 \cdot 70}{1{,}22} - 100 = -10.$$

Следовательно, в соответствии с CAPM вложения в модернизацию дверей неэффективны.

Дерево решений. Допустим, что принять решение о затратах на изменение входных дверей можно ближе к концу следующего периода, когда станет известно в результате планируемого опроса отношение покупателей квартир к новым дверям. Но в это время потребуется уже 110 ден. ед. капиталовложений. В соответствии с концепцией дерева решений в этом случае

$$NPV = \frac{0{,}5 \cdot (150 - 110) + 0{,}5 \cdot 0}{1{,}22} = 16{,}37.$$

Реальные опционы. Рассчитаем ценность опциона, содержащегося в проекте в виде возможности принять решение в следующем периоде, по формуле (5.7) с учетом того, что в качестве текущей цены базового актива выступает *PV* проекта модернизации дверей при жестком планировании, а в качестве цены исполнения опциона — затраты в следующем периоде:

$$C_0 = \left(90 - \frac{70}{1{,}1}\right)\frac{150 - 110}{150 - 70} = 13{,}18.$$

Добавив к *NPV* проекта капиталовложений с жестким планированием ценность содержащегося в проекте при гибком планировании опциона, получим *NPV* гибкого проекта: 13,18 – 10 = 3,18. Проект экономически выгоден, хотя и не в такой мере, в какой это представляется в концепции гибкого планирования.

Для определения ценности опционов, содержащихся в многопериодных проектах реальных капиталовложений, допускающих гибкое планирование, вместо формулы (5.7) используется формула (5.8).

5.3.3. Ценность свопов

Наиболее распространенными видами свопа являются обмены разновалютными ссудами с соответствующими им процентными выплатами (Currency Swaps) и процентные свопы (Interest Rate Swaps) — обмен потоками процентов без обмена связанных с ними ссуд.

Например, гражданин России выезжает на работу в представительство своей фирмы в Германии и в то же время гражданин Германии приезжает на длительное проживание в Россию. У немца есть четырехгодичная облигация номиналом в 120 евро с годовым купонным доходом 9 евро, и он предлагает едущему в Германию россиянину купить ему эквивалентную российскую облигацию в обмен на свою. Текущий валютный курс 30 руб/евро. Предполагается, что в течение четырех ближайших лет ставки процента на рынке денег обеих стран сохранятся неизменными: 5% в Германии и 8% в России. Определим ценность свопа.

Эквивалентной по цене немецкой облигации в России является облигация номиналом в 120 · 30 = 3600 руб. с годовым купонным доходом 9 · 30 = 270 руб. Ее текущая рыночная цена

$$\frac{270}{1{,}08} + \frac{270}{1{,}08^2} + \frac{270}{1{,}08^3} + \frac{3870}{1{,}08^4} = 3540{,}4 \quad \text{руб.}$$

Текущая цена немецкой облигации

$$\frac{9}{1{,}05} + \frac{9}{1{,}05^2} + \frac{9}{1{,}05^3} + \frac{9}{1{,}05^4} = 130{,}6 \quad \text{евро.}$$

Исключающая арбитраж цена свопа 30 · 130,6 – 3540,4 = 377,6 руб. Такую сумму может потребовать немец в дополнение к российской облигации.

Условием возникновения процентного свопа является наличие у одной фирмы сравнительных преимуществ по сравнению с другой при обслуживании долга по разным ставкам процента.

Допустим, фирма *A* имеет более высокий кредитный рейтинг, чем фирма *B*. Это проявляется в том, что фирма *A* может получать долгосрочный кредит по фиксированной ставке $i_{A,f} = 12\%$ и краткосрочный по плавающей ставке $i_{A,v}$ = LIBOR + 1%, а для фирмы *B* эти ставки больше: $i_{B,f} = 15\%$; $i_{B,v}$ = LIBOR + 2%. То, что $i_{A,f} < i_{B,f}$ и $i_{A,v} < i_{B,v}$, указывает на наличие абсолютного преимущества фирмы *A* относительно фирмы *B* на рынке кредитов. Относительное преимущество одной фирмы перед другой проявляется в том, что $(i_{B,f} - i_{A,f}) > (i_{B,v} - i_{A,v})$, т.е. фирма *A*

больше, чем фирма *B*, выигрывает при замене краткосрочных кредитов долгосрочными, а фирма *B*, наоборот, выигрывает больше, чем фирма *A*, при переходе от долгосрочных кредитов к краткосрочным. На этом основании фирма *A* привлекла необходимые ей средства через размещение своих купонных облигаций, а фирма *B* использует краткосрочные кредиты.

Если обе фирмы имеют одинаковую по размерам и срокам задолженность, то желание обменяться своими обязательствами по обслуживанию долга у руководства фирм может появиться из-за того, что менеджеры фирмы *A* прогнозируют снижение рыночной ставки процента, а менеджеры фирмы *B* — ее рост. Кроме того, фирмы получат выигрыш от процентного свопа в размере $(i_{B,f} - i_{A,f}) - (i_{B,v} - i_{A,v}) = 2\%$. Чтобы этот выигрыш поделить между собой, фирмы могут организовать денежные потоки по схеме, представленной на рис. 5.10.

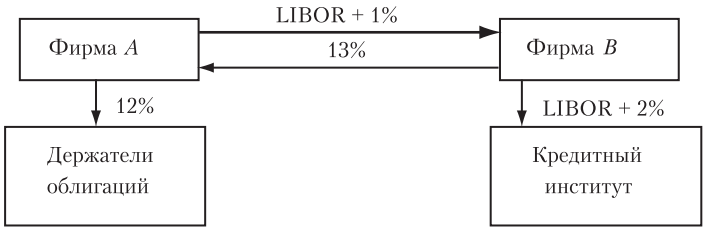

Рис. 5.10. **Схема процентного свопа**

В результате фирма *B* перейдет к обслуживанию своего долга по фиксированной ставке, но не с 15, а с 14%. Фирма *A* будет выплачивать плавающие проценты и получит от фирмы *B* на 1% больше, чем выплачивает держателям облигаций.

Краткие выводы

Посредством диверсификации портфеля ценных бумаг можно устранить несистематический риск его доходности. Дальнейшее снижение риска достигается за счет перманентной целенаправленной реструктуризации портфеля в ответ на изменение состояния внешней среды и операций с деривативами.

Иммунизация риска изменения ставки процента основана на том, что сумма, накапливающаяся через определенное время (к моменту, именуемому дюрацией) при вложении в денежный рынок с реинвестированием

процентных доходов, не уменьшается сразу после изменения ставки процента. Инвестор может регулировать время наступления дюрации через включение в портфель облигаций с разными характеристиками, определяющими момент дюрации. В случаях изменения ставки процента на рынке денег не сразу после инвестирования и многократных ее колебаниях регулирование дюрации осуществляется посредством ответной целенаправленной реструктуризации портфеля облигаций.

Операции на рынке деривативов осуществляются между агентами, поразному оценивающими перспективы развития экономической конъюнктуры. Влияние сделок с деривативами на благосостояние участников проявляется через рыночные цены различных типов срочных контрактов с базовыми активами.

Особенно сложным является процесс ценообразования опционов из-за большой волатильности курсов ценных бумаг, служащих базовыми активами финансовых опционов. Модель ценообразования опционов, разработанная Ф. Блэком и М. Шоулзом, способствовала быстрому росту рынка деривативов в последние три десятилетия и стимулировала создание концепции реальных опционов, позволяющих определять ценность гибкости производственных инвестиционных проектов. Производственные инвестиционные проекты с возможностью гибкого планирования хода их реализации получают теоретически более обоснованную оценку на основе концепции ценообразования на рынке опционов, чем в модели гибкого планирования. Ценности реальных опционов, содержащихся в инвестиционно-финансовой программе фирмы следует учитывать при определении ее ценности и стоимости капитала.

Математические приложения

1. Формула расчета дюрации

При $\Delta i = 0$ формула расчета МПК принимает вид $\bar{t} = 0/0$. Поэтому для определения предела МПК при $\Delta i \to 0$ воспользуемся правилом Лапиталя, в соответствии с которым им будет предел отношения производных числителя и знаменателя формулы расчета МПК:

$$\lim_{\Delta i \to 0} \bar{t} = \frac{-\sum t a_t (1+i+\Delta i)^{-t} \Big/ (1+i+\Delta i) \sum a_t (1+i+\Delta i)^{-t}}{-1/(1+i+\Delta i)} =$$

$$= \frac{\sum t a_t (1+i)^{-t}}{\sum a_t (1+i)^{-t}} = \frac{\sum t a_t (1+i)^{-t}}{PV} \equiv t_D.$$

Для купонной облигации с постоянным доходом формула упрощается. В соответствии с суммой T членов геометрической прогрессии

$$\sum_{t=1}^{T}(1+i)^{-t}=\frac{(1+i)^{T}-1}{i(1+i)^{T}}. \qquad (1)$$

Следовательно,

$$\sum_{t=1}^{T}t(1+i)^{-t}=\frac{1}{i(1+i)^{T}}\left[\frac{(1+i)^{T+1}-(1+i)}{i}-T\right]. \qquad (2)$$

С учетом выражений (1) и (2) получаем

$$t_D=\frac{\dfrac{a}{i(1+i)^{T}}\left[\dfrac{(1+i)^{T+1}-(1+i)}{i}-T\right]+\dfrac{TB_T}{(1+i)^{T}}}{a\dfrac{(1+i)^{T}-1}{i(1+i)^{T}}+\dfrac{B_T}{(1+i)^{T}}}=$$

$$=\frac{a\left[\dfrac{(1+i)^{T+1}-(1+i)}{i}-T\right]+iTB_T}{a\left[(1+i)^{T}-1\right]+iB_T}=$$

$$=\frac{1+i}{i}-\frac{aT+B_T(1+i-iT)}{a(1+i)^{T}-a+iB_T}.$$

2. Расчет дюрации портфеля из двух облигаций

Сегодняшняя ценность портфеля, состоящего из двух разновидностей облигаций A и B,

$$PV_p=g\sum_{t=1}^{T_A}a_{A,t}(1+i)^{-t}+(1-g)\sum_{t=1}^{T_B}a_{B,t}(1+i)^{-t}=$$

$$=\sum_{t=1}^{T}\left[ga_{A,t}+(1-g)a_{B,t}\right](1+i)^{-t},\ \text{где } T=\max\{T_A,T_B\}.$$

Дюрация такого портфеля в соответствии с формулой (5.5)

$$t_{D,p}=\frac{\sum_{t=1}^{T}t\left[ga_{A,t}+(1-g)a_{B,t}\right](1+i)^{-t}}{PV_p}=$$

$$=\frac{g\sum_{t=1}^{T}ta_{A,t}(1+i)^{-t}}{PV_p}+\frac{(1-g)\sum_{t=1}^{T}ta_{B,t}(1+i)^{-t}}{PV_p}.$$

Примем, что $T_B > T_A$. Тогда в промежутке $(T_B - T_A)$ все $a_{A,t} = 0$. Поэтому можно записать

$$t_{D,p}=\frac{g\sum_{t=1}^{T_A}ta_{A,t}(1+i)^{-t}}{PV_p}+\frac{(1-g)\sum_{t=1}^{T_B}ta_{B,t}(1+i)^{-t}}{PV_p},$$

т.е. $t_{D,p}=gt_{D,A}+(1-g)t_{D,B}$.

3. Арифметические расчеты к примеру 5.3

Рассчитаем ценность вложений к началу седьмого года для трех случаев.

При покупке только облигаций A:

$$8\cdot\left[10\cdot\sum_{t=0}^{6}1{,}08^{t}+\frac{125+10}{1{,}08}\right]=1713{,}8;$$

$$8\cdot\left[10\cdot\sum_{t=0}^{6}1{,}06^{t}+\frac{125+10}{1{,}06}\right]=1690{,}4;$$

$$8\cdot\left[10\cdot\sum_{t=0}^{6}1{,}1^{t}+\frac{125+10}{1{,}1}\right]=1740{,}8.$$

При покупке только облигаций B:

$$\frac{20}{6}\cdot\left[12\cdot\sum_{t=0}^{6}1{,}08^{t}+\frac{12}{1{,}08}+\frac{12}{1{,}08^{2}}+\frac{12}{1{,}08^{3}}+\frac{162}{1{,}08^{4}}\right]=1713{,}8;$$

$$\frac{20}{6}\cdot\left[12\cdot\sum_{t=0}^{6}1{,}06^{t}+\frac{12}{1{,}06}+\frac{12}{1{,}06^{2}}+\frac{12}{1{,}06^{3}}+\frac{162}{1{,}06^{4}}\right]=1740{,}8;$$

$$\frac{20}{6}\cdot\left[12\cdot\sum_{t=0}^{6}1{,}1^{t}+\frac{12}{1{,}1}+\frac{12}{1{,}1^{2}}+\frac{12}{1{,}1^{3}}+\frac{162}{1{,}1^{4}}\right]=1695{,}6.$$

При покупке 3,78 акции *A* и 3,52 акции *B*:

$$3{,}8\cdot\left[10\cdot\sum_{t=0}^{6}1{,}08^t+\frac{125+10}{1{,}08}\right]+$$
$$+3{,}5\cdot\left[12\cdot\sum_{t=0}^{6}1{,}08^t+\frac{12}{1{,}08}+\frac{12}{1{,}08^2}+\frac{12}{1{,}08^3}+\frac{162}{1{,}08^4}\right]=1713{,}8;$$

$$3{,}78\cdot\left[10\cdot\sum_{t=0}^{6}1{,}06^t+\frac{125+10}{1{,}06}\right]+$$
$$+3{,}52\cdot\left[12\cdot\sum_{t=0}^{6}1{,}06^t+\frac{12}{1{,}06}+\frac{12}{1{,}06^2}+\frac{12}{1{,}06^3}+\frac{162}{1{,}06^4}\right]=1717;$$

$$3{,}78\cdot\left[10\cdot\sum_{t=0}^{6}1{,}1^t+\frac{125+10}{1{,}1}\right]+$$
$$+3{,}52\cdot\left[12\cdot\sum_{t=0}^{6}1{,}1^t+\frac{12}{1{,}1}+\frac{12}{1{,}1^2}+\frac{12}{1{,}1^3}+\frac{162}{1{,}1^4}\right]=1717.$$

Литература

1. *Боди З.*, *Мертон Р.* Финансы. М., 2005. Гл. 15. Опционы и условные требования.

2. *Брейли Р.*, *Майерс С.* Принципы корпоративных финансов. М., 1997. Ч. 6. Опционы.

3. *Бригхэм Ю.*, *Эрхардт М.* Финансовый менеджмент. СПб., 2005. Гл. 21. Производные ценные бумаги и управление риском.

4. *Вайн С.* Инвестиции и трейдинг. М., 2006. Ч. 4. Опционы.

5. *Коупленд Т.*, *Коллер Т.*, *Муррин Дж.* Стоимость компании: измерение и управление. М., 1999. Гл. 20. Применение модели оценки опционов для определения ценности гибкости.

6. *Крушвиц Л.* Финансирование и инвестиции. СПб., 2000. Гл. 9. Теория ценообразования опционов.

7. *Пайк Р.*, *Нил Б.* Корпоративные финансы и инвестирование. СПб., 2006. Гл. 13. Классификация и оценка опционов.

8. *Фабоцци Ф.* Рынок облигаций: анализ и стратегии. М., 2004. Гл. 23. Фьючерсные контракты на процентные ставки; гл. 24. Опционы на процентные ставки; гл. 25. Свопы процентных ставок, соглашения о верхних и нижних границах.

Глава 6

Структура капитала фирмы и благосостояние акционеров

В двух предыдущих главах рассматривались способы распределения риска между одной группой собственников капитала фирмы — акционерами. В действительности активы большинства фирм принадлежат двум различным группам собственников; в пассиве Бухгалтерского баланса это отражается в виде капитала и обязательств фирмы и называется финансовой структурой капитала. Она влияет как на доходность бизнеса, так и на ее риск. Исследование зависимости благосостояния получателей рисковых доходов от структуры капитала относится к числу основных задач науки о финансах. Не случайно неоклассическая революция в теории корпоративных финансов началась с ревизии сложившихся к концу 1940-х гг. представлений о роли структуры капитала в формировании ценности фирмы.

6.1. Финансовый рычаг

Риск ожидаемой доходности фирмы определяется характером ее хозяйственной деятельности: производит ли она товары первой необходимости или предметы роскоши, достаточно ли диверсифицирован ее выпуск, какова доля постоянных затрат в общей сумме издержек и пр. Перечисленные факторы порождают так называемый *производственный риск* (business risk). Он зависит от реализованных инвестиционных проектов, а не от источников их финансирования. Структура капитала фирмы по-своему влияет на величину риска ожидаемого дохода акционеров, создавая *финансовый риск* (financial risk).

Представим ожидаемую доходность фирмы в виде аннуитета, деленного на ценность инвестированного капитала:

$$\bar{r} = \frac{\bar{a}}{S+B},$$

где S, B — ценность соответственно акционерного и заемного капитала.

У фирмы со смешанным капиталом сумма, распределяемая на дивиденды, является остаточной величиной, так как в первую очередь нужно рассчитаться с кредиторами:

$$D = a - iB = r(S+B) - iB.$$

В связи с этим ожидаемая доходность акционерного капитала у такой фирмы равна:

$$\bar{r}_a = \frac{\bar{D}}{S} = \frac{\bar{r}(S+B)}{S} - \frac{iB}{S} = \bar{r} + (\bar{r} - i)\frac{B}{S}. \qquad (6.1)$$

Таким образом, у фирмы со смешанным капиталом доходность акционерного капитала увеличивается с ростом отношения заемного капитала к акционерному. Отношение $B/S \equiv l$ получило название «финансовый рычаг» (financial leverage); чем оно больше, тем выше ожидаемая доходность акционеров.

Но с увеличением финансового рычага растет и риск акционерного капитала (волатильность его доходности): амплитуда колебаний случайной величины $\left[\tilde{r} + (\tilde{r} - i)l\right]$, больше амплитуды колебаний случайной величины $\tilde{r}$. Обратим внимание на то, что повышение вероятности банкротства фирмы по мере увеличения финансового рычага (риск банкротства) пока не учитывается.

Пример 6.1. Ожидается, что с вероятностью 0,5 аннуитетная доходность фирмы будет 12% и с вероятностью 0,25 — либо 8, либо 16%. Общая ценность капитала фирмы равна 500 ден. ед., в том числе 300 ден. ед. составляет акционерный капитал. Ставка ссудного процента $i = 6\%$. Определим математическое ожидание доходности акционерного капитала и ее риск:

$$\bar{r}_a = \frac{0{,}12 \cdot 500 - 0{,}06 \cdot 200}{300} \cdot 0{,}5 + \frac{0{,}08 \cdot 500 - 0{,}06 \cdot 200}{300} \cdot 0{,}25 + \\ + \frac{0{,}16 \cdot 500 - 0{,}06 \cdot 200}{300} \cdot 0{,}25 = 0{,}16.$$

$$\sigma = \left[(0{,}0933 - 0{,}16)^2 \cdot 0{,}25 + 0 + (0{,}2267 - 0{,}16)^2 \cdot 0{,}25\right]^{0{,}5} = 0{,}04714.$$

В табл. 6.1 кроме результатов проведенных расчетов представлены результаты аналогичных расчетов ожидаемой доходности и риска в заданных условиях при двух других структурах капитала фирмы. Они иллюстрируют действие финансового рычага.

Таблица 6.1

Эффект финансового рычага

B/S	$\bar{r}_a$	σ
1/3	0,14	0,0377
2/3	0,16	0,0471
3	0,3	0,1131

Таким образом, к риску ведения бизнеса добавляется риск, возникающий вследствие замены собственного капитала заемным. Поскольку финансовый риск тем выше, чем больше отношение заемного капитала к акционерному, то l можно использовать в качестве меры финансового риска.

Финансовый рычаг влияет и на стоимость капитала фирмы. Стоимость смешанного капитала состоит из двух слагаемых: стоимостей акционерного и заемного капитала. В расчете на одну денежную единицу общая стоимость капитала фирмы равна:

$$c = K_a \frac{S}{S+B} + i\frac{B}{S+B} = \frac{K_a + il}{1+l}, \qquad (6.2)$$

где c — средневзвешенная стоимость капитала (*Weighted Average Cost of Capital — WAAC*); K_a — стоимость акционерного капитала, равная ожидаемой акционерами доходности фирмы; i – гарантированная ссудная ставка процента.

Так как доход собственника заемного капитала гарантирован оговоренной ставкой процента, то весь риск бизнеса фирмы ложится на акционеров, и они требуют более высокую доходность на свои вложения, чем кредиторы. В результате появляется возможность уменьшить стоимость капитала фирмы (повысить ее ценность, а следовательно, и курс акций) посредством замены акционерного капитала заемным.

Можно ли отмеченные свойства финансового рычага использовать для повышения благосостояния акционеров? На этот вопрос экономисты отвечают по-разному.

6.2. Поведенческая концепция[1]

Средневзвешенную стоимость капитала можно представить следующим образом:

$$c = g_a K_a + (1 - g_a)i = g_a(K_a - i) + i,$$

где g_a — доля акционерного капитала в общей ценности капитала фирмы.

Если по мере сокращения g_a (увеличения l) значения K_a и i остаются неизменными, то *WAAC* будет монотонно уменьшаться. Однако есть основания полагать, что значения K_a и i зависят от величины l.

Поскольку с увеличением финансового рычага растет риск акционерного капитала, то акционеры потребуют увеличения доходности своих акций; так стоимость акционерного капитала становится возрастающей функцией от финансового рычага: $K_a = K_a\left(\underset{+}{l}\right)$.

Если с позиций акционеров финансовый рычаг измеряет риск, возникающий в связи с увеличением амплитуды колебаний ожидаемой доходности их капитала (вариационный риск), то кредиторы могут воспринимать рост доли заемного капитала как риск возникновения неплатежеспособности или банкротства фирмы. Поэтому при большом l ставка ссудного процента будет расти вместе с ростом финансового рычага: $i = i\left(\underset{+}{l}\right)$.

Итак, увеличение финансового рычага фирмы сопровождается тремя одновременно протекающими процессами:

— снижением стоимости капитала фирмы за счет замены более дорогого акционерного капитала более дешевым заемным капиталом;

— ростом риска акционерного капитала, а следовательно, и его стоимости (требуемой акционерами доходности);

— повышением риска и стоимости заемного капитала.

Назовем первый процесс эффектом замены, а два вторых — эффектом риска. Суммарный результат совместного проявления обоих эффектов проявляется в виде U-образной кривой *WAAC*. При малых долях заемного капитала в общем объеме используемого фирмой капитала эффект замены перекрывает эффект риска; поэтому до достижения определенного уровня задолженности фирмы стоимость смешанного капитала снижается. Дальнейшее увеличение доли заемного капитала прогрессивно увеличивает риск и его эффект перекроет эффект замены.

[1] «До 1958 г. теория структуры капитала состояла скорее из расплывчатых утверждений относительно поведения инвестора, чем из тщательно построенных моделей, которые можно было бы проверить формальными статистическими исследованиями». *Бригхем Ю., Гапенски Л.* Финансовый менеджмент. Т. 1. СПб., 1997. С. 369.

Пример 6.2. Фирма использует только акционерный капитал, рыночная ценность которого равна 1000 ден. ед. Ежегодная доходность фирмы равна 15%, и все 150 ден. ед. выплачиваются акционерам в виде дивидендов. Следовательно, стоимость капитала фирмы тоже равна 15%. Ценность имущества акционеров состоит из 1000 ден. ед., капитала и 150 ден. ед. дивидендов, используемых для непроизводительного потребления.

Допустим, фирма решила выкупить у акционеров 200 ден. ед. капитала и заменить его заемными средствами, которые можно получить под 6% годовых. Финансовый рычаг фирмы будет равен 200/800 = 0,25. Из-за появления наряду с производственным финансового риска акционеры повысят требования к доходности акций, например, до 15,8%.

В результате изменения структуры капитала его стоимость снизится до (15,8 + + 6 · 0,25)/1,25 = 13,84%.

Дивиденды акционеров теперь равны 150 – 0,06 · 200 = 138 ден. ед. Их капитализация по требуемой акционерами доходности показывает, что ценность пакета акций возрастет с 800 до 138/0,158 = 873,4 ден. ед. С учетом заемного капитала рыночная ценность фирмы составляет 1073,4 ден. ед.

Имущество акционеров теперь состоит из 873,4 ден. ед. капитала, 200 ден. ед. наличности, полученной за проданные акции, и 138 ден. ед. дивидендов. Общая ценность имущества возросла на 1211,4 – 1150 = 61,4 ден. ед.

Так, замена собственного капитала заемным снижает стоимость капитала фирмы, повышает ее рыночную ценность и увеличивает имущество акционеров.

В табл. 6.2 представлены результаты аналогичных расчетов при других значениях финансового рычага от 0 до 1,5. В ст. *1*, *2* этой таблицы представлена исходная ценность капитала фирмы по источникам ее финансирования. В ст. *4* и *5* показана возможная динамика стоимости акционерного и заемного капиталов по мере увеличения финансового рычага. По этим данным рассчитана стоимость капитала фирмы с помощью формулы (6.2). Доходность акционерного капитала в ст. *7* рассчитана по формуле (6.1), а его ценность посредством капитализации дивидендов по требуемой доходности.

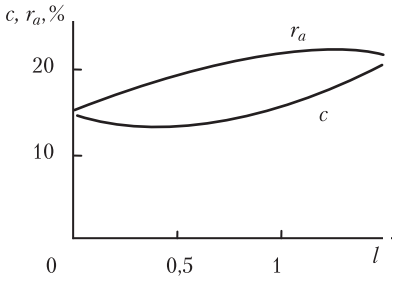

Рис. 6.1. **Доходность акционерного капитала и стоимость капитала фирмы в поведенческой концепции**

Изменения стоимости капитала фирмы и доходности акционерного капитала по мере увеличения финансового рычага в примере 6.2 показаны на рис. 6.1.

В поведенческой концепции функция стоимости смешанного капитала имеет минимум, потому что при увеличении финансового рычага: 1) повышение стоимости акционерного капитала отстает от роста его доходности, т.е. акционеры требуют меньше возможного, и 2) кредиторы с определенного уровня задолженности фирмы требуют более высокую ставку процента. Если предположить, что по мере увеличения финансового рычага акционеры требуют доходность, которая соответствует расчетам по формуле (6.1), и ставка ссудного процента постоянна при любой задолженности фирмы, то стоимость смешанного капитала не будет зависеть от его структуры. Убедиться в этом можно, подставив в формулу (6.2) вместо $K_a(l)$ значение r_a из формулы (6.1) и приняв $i = \text{const}$:

$$c = \frac{\bar{r} + (\bar{r} - i)l + il}{1 + l} = \frac{\bar{r} + \bar{r}l - il + il}{1 + l} = \bar{r}.$$

Но такое поведение экономических агентов, предоставляющих фирме капитал, по мнению сторонников рассматриваемой концепции, маловероятно, так как на практике акционерам трудно точно предвидеть рост доходности акционерного капитала под воздействием эффекта замены, а кредиторы, как правило, дифференцируют ставку процента с учетом уровня задолженности заемщика.

Обратим внимание на то, что в поведенческой концепции не только стоимость капитала фирмы, но и ее ценность зависит от величины финансового рычага.

При $\Delta B = -\Delta S$ сама по себе замена акционерного капитала заемным не влияет на общую ценность капитала фирмы. Но поскольку фирма использует заемный капитал с доходностью, превышающей ссудную ставку процента, то повышается рыночная ценность заемного капитала. Одновременно с увеличением его доли на акционеров ложится все больший финансовый риск, и за это они требуют большую доходность. В результате стоимость акционерного капитала возрастает, а его ценность сокращается. Прирост ценности используемого фирмой заемного капитала будет равен снижению ценности акционерного капитала, если акционеры требуют увеличения доходности в соответствии с расчетами по формуле (6.1). Однако в поведенческой концепции предполагается, что, как правило, акционеры при небольшом изменении l требуют меньшую величину доходности.

Таблица 6.2

Действие финансового рычага (поведенческая концепция)

Акционерный капитал, ден. ед.	Заемный капитал, ден. ед.	Финансовый рычаг	Требуемая доходность, %		Стоимость капитала, %
			акционерами	кредиторами	
1	*2*	*3 = (2)/(1)*	*4*	*5*	*6*
1000	0	0	15	6	15
950	50	0,0526	15,1	6	14,645
900	100	0,1111	15,2	6	14,28
850	150	0,1765	15,5	6	14,075
800	200	0,25	15,8	6	13,84
750	250	0,3333	16,2	6,1	13,675
700	300	0,4286	16,5	6,2	13,41
650	**350**	**0,5385**	**17**	**6,4**	**13,29**
600	400	0,6667	18	6,7	13,48
550	450	0,8182	20	7,5	14,375
500	500	1	23	8	15,5
450	550	1,22	28	9	17,55
400	600	1,5	35	11	20,6

Доходность акционерного капитала, %	Ценность фирмы, ден. ед.	Имущество акционеров, ден. ед.			
		дивиденды	ценность капитала	выручка от акций	всего
7 = (9)/(1)	*8 = (2) + (10)*	9	*10 = (9)/(4)*	*11 = (2)*	12
15	1000	150	1000	0	1150
15,47	1023,5	147	973,5	50	1170,5
16,0	1047,4	144	947,4	100	1191,4
16,59	1059,7	141	909,7	150	1200,7
17,25	1073,4	138	873,4	200	1211,4
17,97	1081,8	134,75	831,8	250	1216,5
18,77	1096,4	131,4	796,4	300	1227,8
19,63	**1100,6**	**127,6**	**750,6**	**350**	**1228,2**
20,53	1084,4	123,2	684,4	400	1207,6
21,14	1031,3	116,25	581,3	450	1147,5
22,0	978,3	110	478,3	500	1088,3
22,33	908,9	100,5	358,9	550	1009,4
21,0	840,0	84	240	600	924,0

6.3. Рыночно ориентированная концепция

В соответствии с поведенческой концепцией структура капитала является одним из факторов, определяющих стоимость капитала и ценность фирмы. Если две фирмы имеют одинаковую ожидаемую доходность с одинаковой мерой бизнес-риска, но различаются по структуре капитала, то они по-разному будут оценены рынком. В примере 6.2 это очевидно из ст. *10* в табл. 6.2.

С таким выводом не согласились Ф. Модильяни и М. Миллер[1] (ММ). Они обратили внимание на то, что при существовании совершенного рынка капитала фирмы с одинаковой ожидаемой доходностью при одинаковом производственном риске не могут иметь разную ценность из-за различий в величине финансового рычага. В противном случае существует возможность извлечения арбитражной прибыли.

Пример 6.3. Имеются две фирмы, показатели которых представлены в табл. 6.3 (они соответствуют стр. 1 и 8 в табл. 6.2).

Таблица 6.3

Экономические показатели двух фирм, ден. ед.

Показатели	Фирма *A*	Фирма *B*
Ценность акционерного капитала	1000	750
Ценность заемного капитала	0	350
Ценность фирмы	1000	1100
Чистый операционный доход	150	150
Ставка ссудного процента	–	6,4
Процентные выплаты	–	22,4
Дивиденды	150	127,6

Акционер, владеющий, например, 10% акций фирмы *B*, получает ежегодный доход в размере 12,8 ден. ед. Купив акции фирмы *B*, индивид наряду с производственным риском принял финансовый риск в размере финансового рычага фирмы, который равен 350/650 = 0,5385. Не меняя общую величину риска своего имущества, акционер может осуществить выгодную операцию: продать пакет своих акций за 75 ден. ед., взять кредит в размере $0{,}5385 \cdot 75 = 40{,}4$ ден. ед. по сложившейся ставке процента и на всю сумму в 115,4 ден. ед. купить акции фирмы *A*. В результате он будет получать $0{,}15 \cdot 115{,}4 = 17{,}3$ ден. ед. дивидендов, из которых $0{,}064 \cdot 40{,}4 = 2{,}6$ ден. ед. выплатит за кредит и останется с чистым доходом 14,7 ден. ед., т.е. увеличит свой ежегодный доход на 1,9 ден. ед.

Из-за возможности получать арбитражную прибыль на рынке капитала возникнет дефицит акций фирмы *A* и избыток акций фирмы *B*, что в конечном счете выровняет рыночную ценность обеих фирм.

Первая теорема ММ: *при наличии совершенного рынка капитала фирмы с одинаковыми ожидаемыми чистыми поступлениями и одинаковым производственным риском имеют одинаковую рыночную ценность, независимо от структуры их капитала.*

[1] *Modigliani F., Miller M.* The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment // American Economic Review. 1958. Vol. 48 P. 261—297. Результаты исследований Ф. Модильяни и М. Миллера в области теории финансовых рынков отмечены Нобелевской премией по экономике.

Из этой теоремы следует, что:

— для определения ценности акционерного капитала достаточно из ценности фирмы вычесть ценность заемного капитала (вспомним, что в поведенческой концепции ценность акционерного капитала рассчитывается посредством капитализации дивидендов на основе требуемой акционерами доходности);

— оптимальная инвестиционная программа фирмы не зависит от вариантов ее финансирования. Если максимизация ценности фирмы используется в качестве критерия оптимизации инвестиционной программы и ценность фирмы не зависит от доли заемного капитала, то не имеет значения, из каких источников она финансируется.

Вторая теорема ММ: *при фиксированной ставке процента стоимость акционерного капитала фирмы, использующей заемные средства, является линейной возрастающей функцией от финансового рычага.* Это утверждение основывается на том, что равновесие на рынке финансов достигается тогда, когда акционеры требуют весь остающийся после выплаты процентов чистый доход:

$$K_a = \frac{\overline{\pi} - iB}{S} = \frac{\overline{r}\left(S+B\right) - iB}{S} = \overline{r} + \left(\overline{r} - i\right)l. \qquad (6.3)$$

Таким образом, требуемая акционерами доходность равна ожидаемой доходности всего капитала фирмы плюс премия за риск, измеряемый финансовым рычагом.

Обратим внимание на то, что при внешнем сходстве равенств (6.1) и (6.3) их содержание различно. Равенство (6.1) является дефиниционным, а равенство (6.3) представляет условие равновесия на рынке капитала.

Третья теорема ММ: *при равновесии на рынке капитала стоимость смешанного капитала фирмы равна ожидаемой доходности ее акций и не зависит от структуры капитала.* Это вытекает из первой теоремы ММ: если ценность фирмы не зависит от структуры капитала, то от нее не зависит и внутренняя доходность капитала фирмы.

Формально к такому выводу можно прийти, подставив значения K_a из формулы (6.3) в формулу (6.2):

$$c = \frac{S\left[\overline{r} + \left(\overline{r} - i\right)\dfrac{B}{S}\right]}{S+B} + \frac{iB}{S+B} = \overline{r}.$$

Несмотря на то что по мере увеличения финансового рычага стоимость акционерного капитала растет, а стоимость заемного капитала не меняется, средневзвешенная стоимость капитала остается неизменной. Это объясняется тем, что с увеличением финансового рычага более дорогой акционерный капитал заменяется более дешевым заемным капиталом.

Таблица 6.4

Действие финансового рычага (рыночно ориентированная концепция)

Акционерный капитал, ден. ед.	Заемный капитал, ден. ед.	Финансовый рычаг	Требуемая доходность, %		Стоимость капитала, %
			акционерами	кредиторами	
1	*2*	*3 = (2)/(1)*	*4*	*5*	*6*
1000	0	0	15	6	15
950	50	0,0526	15,47	6	15
900	100	0,1111	16,0	6	15
850	150	0,1765	16,59	6	15
800	200	0,25	17,25	6	15
750	250	0,3333	17,97	6,1	15
700	300	0,4286	18,77	6,2	15
650	350	0,5385	19,63	6,4	15
600	400	0,6667	20,53	6,7	15
550	450	0,8182	21,14	7,2	15
500	500	1	22,0	8	15
450	550	1,22	22,33	9	15
400	600	1,5	21,0	11	15

Доходность акционерного капитала, %	Ценность фирмы, ден. ед.	Имущество акционеров, ден. ед.			
		дивиденды	ценность капитала	выручка от акций	всего
7 = (9)/(1)	*8 = (2) + (10)*	*9*	*10 = (9)/(4)*	*11 = (2)*	*12*
15	1000	150	1000	0	1150
15,47	1000	147	950	50	1147
16,0	1000	144	900	100	1144
16,59	1000	141	850	150	1141
17,25	1000	138	800	200	1138
17,97	1000	134,75	750	250	1134,75
18,77	1000	131,4	700	300	1131,4
19,63	1000	127,6	650	350	1127,6
20,53	1000	123,2	600	400	1123,2
21,38	1000	117,6	550	450	1117,6
22,0	1000	110	500	500	1110
22,33	1000	100,5	450	550	1100,5
21,0	1000	84	400	600	1084

В третьей теореме не предполагается в качестве обязательного условия постоянство ставки процента. Если по мере увеличения задолженности фирмы ставка ссудного процента повышается, то рост стоимости акционерного капитала замедляется таким образом, что стоимость всего инвестированного капитала остается неизменной. Это следует из равенства ценностей двух фирм с одинаковым аннуитетом и одинаковым производственным риском. Динамика K_a и i отражает изменение пропорции распределения чистых поступлений между акционерами и кредиторами. Процесс формирования *WAAC* в модели Модильяни — Миллера по мере увеличения финансового рычага наглядно представлен на рис. 6.2.

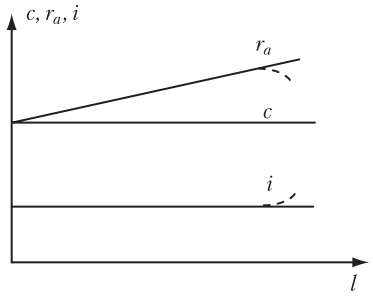

Рис. 6.2. ***WAAC*** **в модели ММ**

Как с увеличением финансового рычага меняется стоимость капитала фирмы, ее ценность и имущество акционеров в соответствии с рыночно ориентированной концепцией в условиях примера 6.2 показано в табл. 6.4.

6.3.1. Налоговый щит

Аналогично тому, как акциз на отдельный товар меняет его стоимость для производителя и рыночную цену для потребителя, налоги на корпорации и физических лиц влияют на ценность фирмы и стоимость ее капитала.

В современных национальных экономиках действуют сложные системы налогообложения, призванные выполнять не только фискальные, но и стабилизационные функции. Всестороннее рассмотрение воздействия отдельных налогов и их совокупности на экономические результаты работы фирм и благосостояние домашних хозяйств изучается в специальных курсах теории налогообложения. Для выявления роли налогов в функционировании финансового рынка достаточно рассмотреть последствия существования двух основных налогов: налога на прибыль и подоходного налога.

Корпоративный налог. Примем сначала, что существует только налог на прибыль. Его особенность состоит в том, что в качестве налогооблагаемой базы служит прибыль за вычетом выплаченных процентов

по займам. В табл. 6.5 показано, как это отражается на благосостоянии акционеров двух фирм, имеющих одинаковые аннуитеты и одинаковые производственные риски, но различающихся тем, что у фирмы X нет заемного капитала, а у фирмы Y есть. При отсутствии налогов в соответствии с первой теоремой ММ обе фирмы имеют одинаковую ценность.

Таблица 6.5

Влияние заемного капитала на нетто-прибыль

Показатели	Фирма X	Фирма Y
Налогооблагаемая база	a	$a - iB$
Сумма налога	τa	$\tau(a - iB)$
Прибыль после уплаты налога	$(1 - \tau)a$	$a - \tau(a - iB)$

Обозначения: τ — ставка налога на прибыль; a — аннуитет.

Наличие налога на прибыль, как очевидно из табл. 6.5, приводит к тому, что у фирмы, использующей заемный капитал, после уплаты налога остается на $i\tau B$ ден. ед. больше, чем у фирмы, использующей только акционерный капитал. Величина $iB\tau$ получила название «налоговый щит». Если фирма планирует постоянно поддерживать имеющуюся величину заемного капитала, то налоговый щит станет ежегодным доходом, который можно капитализировать и учитывать в виде прироста ценности фирмы. Поэтому ценность фирмы Y будет превышать ценность фирмы X на капитализированный налоговый щит. При его капитализации по рыночной ставке процента получаем $V_X - V_Y = \tau B$; чем больше доля заемного капитала, тем больше эта разность.

Таким образом, налог на прибыль отменяет первую теорему ММ, так как при его наличии ценность фирмы растет по мере увеличения заемного капитала.

Но тогда отпадает и третья теорема ММ, вытекающая из первой. Средневзвешенная стоимость капитала фирмы теперь определяется по формуле

$$c = K_a \frac{S}{S + B + \tau B} + i(1 - \tau)\frac{B}{S + B + \tau B}. \qquad (6.4)$$

Эта формула имеет два отличия от формулы (6.2).

Во-первых, налоговый щит уменьшает стоимость заемного капитала. В этом можно убедиться на основе следующих рассуждений. При

отсутствии налога на прибыль акционерам после оплаты стоимости заемного капитала остаются дивиденды:

$$D = a - iB,$$

а при наличии этого налога

$$D = a - (a - iB)\tau - iB = a(1 - \tau) - i(1 - \tau)B.$$

Во-вторых, ценность фирмы в знаменателях обоих слагаемых в формуле (6.4) представлена не сегодняшней ценностью (PV) потока ожидаемых чистых поступлений, а скорректированной сегодняшней ценностью (*Adjusted Present Value — APV*), т.е. сегодняшней ценностью потока ожидаемых чистых поступлений, увеличенных на налоговый щит. По мере роста финансового рычага повышается APV и уменьшается $WACC$.

В табл. 6.6 показаны изменения ценности фирмы и стоимости ее капитала по мере роста финансового рычага при условиях примера 6.3 и $\tau = 0{,}25$.

Дивиденды равны остающейся после уплаты процентов и налога прибыли. К ценности капитала акционеров добавлена капитализированная экономия на налогах при использовании заемного капитала (налоговый щит). В результате деления дивидендов на суммарную ценность акционерного капитала получаем требуемую ими доходность.

Наглядно динамика трех основных показателей фирмы при увеличении финансового рычага в примере 6.3 представлена на рис. 6.3.

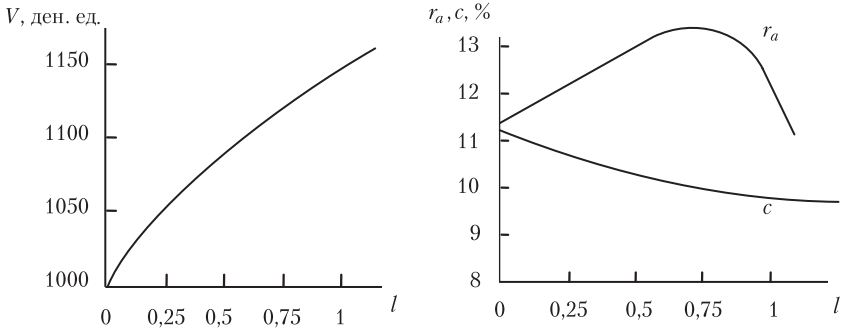

Рис. 6.3. **Динамика ценности фирмы, стоимости акционерного капитала и *WACC* при увеличении финансового рычага для условий примера 6.3**

Таблица 6.6

Финансовый рычаг при налоге на прибыль (рыночно ориентированная концепция)

Акционерный капитал, ден. ед.	Заемный капитал, ден. ед.	Требуемая доходность, %		WACC, %
		акционерами	кредиторами	
1	*2*	*3 = (7)/(8)*	*4*	*5*
1000	0	11,25	6	11,25
950	50	11,45	6	11,11
900	100	11,68	6	10,98
850	150	11,92	6	10,84
800	200	12,18	6	10,71
750	250	12,44	6,1	10,59
700	300	12,72	6,2	10,47
650	350	12,98	6,4	10,34
600	400	13,20	6,7	10,23
550	450	13,31	7,2	10,11
500	500	13,20	8	10,00
450	550	12,83	9	9,89
400	600	11,45	11	9,78

Ценность фирмы, ден. ед.	Имущество акционеров, ден. ед.			
	дивиденды	ценность капитала	выручка от акций	всего
6 = (8) + (2)	*7*	*8 = (1) + τ (2)*	*9*	*10*
1000	112,5	1000	0	1112,5
1012,5	110,3	962,5	50	1122,8
1025	108,0	925	100	1133,0
1037,5	105,8	887,5	150	1143,3
1050	103,5	850	200	1153,5
1062,5	101,1	812,5	250	1163,6
1075	98,55	775	300	1173,6
1087,5	95,7	737,5	350	1183,2
1100	92,4	700	400	1192,4
1112,5	88,2	662,5	450	1200,7
1125	82,5	625	500	1207,5
1137,5	75,4	587,5	550	1212,9
1150	63,0	550	600	1213,0

Налоговый щит может превратить неэффективный инвестиционный проект в эффективный.

Пример 6.4. Стоимость капитала фирмы, использующей только акционерный капитал, равна 12%. У нее появилась возможность затратить на маркетинговые исследования 100 ден. ед., в результате которых в следующие три года прибыль возрастет соответственно на 55; 65 и 45 ден. ед. Ставка налога на прибыль равна 25%. При реализации этого проекта за счет нераспределенной прибыли или размещения дополнительных акций он оказывается неэффективным:

$$NPV = \frac{55(1-0,25)}{1,12} + \frac{65(1-0,25)}{1,12^2} + \frac{45(1-0,25)}{1,12^3} = 99,7.$$

Но если 40% затрат на маркетинговые исследования финансировать за счет займа под 8%, то увеличатся чистые поступления каждого года на 0,08 · 40 × × 0,25 = 0,8 ден. ед. и снизится калькуляционная ставка процента до 0,6 · 12 + + 0,4 · 8 = 10,4%. Тогда

$$NPV = \frac{55 \cdot 0,75 + 0,8}{1,104} + \frac{65 \cdot 0,75 + 0,8}{1,104^2} + \frac{45 \cdot 0,75 + 0,8}{1,104^3} = 102,2.$$

Подоходный налог. Учтем теперь, что и акционеры, и собственники заемного капитала платят подоходные налоги. Как правило, ставка налога на доход акционеров отличается от ставки налога с процентов. Обозначим первую δ_s, а вторую δ_b. После уплаты обоих налогов акционерам останется $(a - iB)(1 - \tau)(1 - \delta_s)$, а кредиторы получат $iB(1 - \delta_b)$. Сумму доходов обеих групп собственников используемого фирмой капитала после уплаты налогов можно представить в виде

$$\pi = a(1-\tau)(1-\delta_s) - i(1-\tau)(1-\delta_b)B + iB(1-\delta_b). \qquad (6.5)$$

Первые два слагаемых в формуле (6.5) отражают доход акционеров с учетом эффекта налогового щита, а третье — чистый доход кредиторов.

Для определения ценности фирмы, использующей смешанный капитал, нужно капитализировать потоки доходов акционеров и кредиторов. При этом доходы, не связанные с использованием заемного капитала, капитализируются по стоимости акционерного капитала, а обусловленные заемным капиталом – по рыночной ставке процента:

$$APV = \frac{a(1-\tau)(1-\delta_s)}{K_a} + \frac{i(1-\tau)(1-\delta_b)B + i(1-\delta_b)B}{i} = \\ = V_a + b\left[1 - \frac{(1-\tau)(1-\delta_s)}{(1-\delta_b)}\right], \qquad (6.6)$$

где $V_a \equiv \dfrac{a(1-\tau)(1-\delta_s)}{K_a}$, $b \equiv (1-\tau)B$ — ценности соответственно акционерного и заемного капиталов при наличии двух видов налогов.

Параметры в квадратных скобках определяют величину эффекта налогового щита.

Если доходы акционеров и кредиторов облагаются одинаково ($\delta_s = \delta_b$), то подоходный налог не влияет на величину налогового щита:

$$APV = V_a + b + \tau b.$$

В некоторых странах (Австралия, Великобритания, Германия, Канада и др.) при взимании налога с доходов акционеров им засчитывается корпоративный налог, т.е. $(1-\delta_s)(1-\tau) = (1-\delta_b)$. В этом случае первая теорема ММ снова актуальна, так как в квадратных скобках выражения (6.6) будет нуль; следовательно, ценность фирмы, использующей финансовый рычаг, равна ценности фирмы с таким оперативным чистым доходом и классом риска, но без финансового рычага.

При $\delta_s > \delta_b$ эффект налогового щита усиливается, а при $\delta_s < \delta_b$ он ослабляется.

6.3.2. Стоимость смешанного капитала в CAPM

Сегодняшняя ценность стохастического дохода, ожидаемого в конце периода, в CAPM определяется по формуле (4.13). Пусть таким доходом является выручка от продажи акций фирмы со смешанным капиталом, т.е. $PV = S + B$. Тогда по формуле (4.13) можно рассчитать сегодняшнюю ценность фирмы:

$$PV = \frac{\overline{S} - \gamma \operatorname{cov}\left(\tilde{S}, \tilde{r}_M\right)}{1+i} + \frac{B}{1+i},$$

где $\overline{S}$ — математическое ожидание ценности акционерного капитала; $\gamma \equiv \left(\overline{r}_M - i\right)/\sigma_M^2$ – рыночная цена риска.

Так как математическое ожидание постоянной величины равно этой величине и $\operatorname{cov}\left(\tilde{x}, \tilde{y}\right) = \operatorname{cov}\left[\left(\tilde{x} + a\right), \tilde{y}\right]$, то

$$PV = \frac{\overline{S+B} - \gamma \operatorname{cov}\left[\left(\tilde{S}+B\right), \tilde{r}_M\right]}{1+i} \equiv \frac{\overline{K} - \gamma \operatorname{cov}\left[\tilde{K}, \tilde{r}_M\right]}{1+i}.$$

Таким образом в соответствии с CAPM ценность фирмы не зависит от того, какова у нее доля заемного капитала.

Поскольку в CAPM, как и в модели Модильяни — Миллера, предполагается, что акции и облигации обращаются на совершенном финансовом рынке, то не удивительно, что в обеих моделях структура капитала не влияет на ценность фирмы, а следовательно, и на равновесную стоимость ее капитала. Но в модели CAPM мы не делили риск на производственный и финансовый. Сделаем это сейчас.

Так как при измерении риска с помощью коэффициента β риск финансового актива равен средневзвешенной сумме рисков составляющих его частей, то

$$\beta_V = \beta_S \frac{S}{S+B} + \beta_B \frac{B}{S+B}.$$

У безрискового заемного капитала $\beta_B = 0$, поэтому

$$\beta_V = \beta_S \frac{S}{S+B} \Rightarrow \beta_S = \beta_V \frac{S+B}{S} \equiv \beta_V (1+l). \qquad (6.7)$$

Рассчитаем ожидаемую доходность фирмы со смешанным капиталом по формуле (4.9) с учетом равенства (6.7):

$$\overline{r}_V = i + \beta_V (1+l)\left(\overline{r}_M - i\right) = i + \beta_V \left(\overline{r}_M - i\right) + \beta_V \left(\overline{r}_M - i\right) l. \qquad (6.8)$$

Равенство (6.8), выведенное из концепции CAPM, полностью соответствует равенству (6.3), вытекающему из второй теоремы ММ. Первые два слагаемых в формуле (6.8) представляют ожидаемую доходность фирмы при отсутствии заемного капитала, а третье — ожидаемое приращение доходности при использовании заемного капитала. Таким образом, общая доходность фирмы со смешанным капиталом равна гарантированной доходности денежного рынка плюс премия за производственный риск плюс премия за финансовый риск.

При наличии налогов формула (6.8) принимает вид

$$\overline{r}_V = i + \beta_V \left(\overline{r}_M - i\right) + \beta_V \left(\overline{r}_M - i\right)(1-\tau) l.$$

6.4. Институциональная концепция

Критика поведенческой концепции стоимости смешанного капитала фирмы основывается на том, что в ней не учитывается роль финансового рынка. Институционалисты с такой критикой согласны. Однако они в свою очередь обращают внимание на то, что рыночно ориентированная концепция игнорирует несовершенства реального рынка финансов, возникающие в связи с существованием трансакционных издержек и асимметричным распределением информации между участниками рыночных сделок.

Примером трансакционных издержек могут служить издержки банкротства. В концепции совершенного рынка капитала предполагается, что активы фирмы, не имеющей возможности рассчитаться по своим обязательствам, переходят к кредитору по их текущей рыночной ценности. Однако процедура перехода собственности от одного лица к другому требует затрат на оплату услуг юристов и судов, которая осуществляется за счет терпящей банкротство фирмы (ее акционеров). Кроме прямых издержек банкротства имеют место косвенные издержки, которые выражаются в снижении эффективности функционирования фирмы в преддверии ее банкротства: уменьшается производительность труда из-за озабоченности работников своим будущим, поставщики сырья и комплектующих требуют предоплаты, число покупателей продукции фирмы сокращается из-за опасения ухудшения качества и невыполнения гарантийных обязательств.

Принимая во внимание наличие издержек банкротства, логично предположить, что ценность фирмы будет снижаться (а стоимость ее капитала расти) по мере увеличения финансового рычага. Поэтому даже при отсутствии налогов первая и третья теоремы ММ не соответствуют действительности.

Под асимметричным распределением информации подразумевается ситуация, при которой некоторые участники сделок информированы лучше других о качестве товара и менее осведомленные участники знают об этом. На рынке капитала такая ситуация типична. Эмитенты акций (менеджеры фирмы), как правило, располагают бóльшими данными о величине, структуре и риске потока ожидаемых дивидендов, чем потенциальные покупатели акций. Последние, предполагая, что из-за их неполной осведомленности они будут обмануты, могут отказаться от покупки наиболее дорогих (обещающих наиболее высокие доходы) акций, препятствуя тем самым осуществлению высокорентабельных инвестиций. Так, например, на рынке подержанных автомобилей исчезает

предложение наиболее качественных экземпляров. Асимметричное распределение информации порождает эффект неблагоприятного отбора (adverse selection), в результате которого на рынке не осуществляется часть взаимовыгодных сделок, и он становится неполным.

Устранение асимметричности в распределении информации, как правило, требует издержек, которые не обязательно ложатся на хуже информированную сторону. При определенных обстоятельствах лучше информированные участники сделок сами могут быть заинтересованы в передаче имеющихся у них сведений контрагентам и создают необходимые для этого средства.

Особенность функционирования рынка капитала состоит также в том, что на нем продается не сам оплачиваемый продукт (поток будущих доходов с определенными характеристиками), а титул права на получение продукта через определенное время. В течение этого времени продавец титула может повлиять на качество продукта, получение которого гарантирует купленный титул: поток ожидаемых доходов зависит от поведения менеджмента фирмы. Так возникает проблема скрытых действий (hidden action), или морального риска (moral hazard). Между лицами, предоставляющими фирме капитал, и менеджерами возникают отношения «принципал — агент», при которых агент может повысить свое благосостояние (улучшить свое положение) за счет снижения благосостояния принципала. У принципала возникает потребность в средствах контроля и управления за деятельностью агента.

Асимметричное распределение информации на рынке финансов выступает в качестве самостоятельного фактора формирования структуры капитала фирмы. В этих условиях способ финансирования инвестиционных проектов определяет не только пропорцию распределения риска между собственниками капитала, но и поведение менеджмента, а следовательно, результативность инвестиций и ценность фирмы.

При отсутствии контроля за деятельностью менеджеров фирмы ее кредиторы могут пострадать вследствие того, что акционеры несут ограниченную ответственность по долгам фирмы. Угрозу кредиторам представляет не только стремление снизить стоимость капитала за счет чрезмерного повышения финансового рычага, но и желание повысить ценность фирмы посредством осуществления высокодоходных, но и высокорисковых проектов.

Допустим, фирма получила кредит в размере 500 ден. ед. под 10% годовых, доказав кредитору, что через год вложения окупятся гарантированными чистыми поступлениями в размере 600 ден. ед. После этого менеджеры фирмы обнаружили возможность вложить полу-

ченные деньги в другой проект, который с одинаковой вероятностью может принести через год 1000 ден. ед. или дать нулевой результат. При реализации первого варианта фирма гарантировано получает 600 – – 1,1 · 500 = 50 ден. ед. после полного погашения кредита. В случае осуществления второго варианта математическое ожидание дохода фирмы составляет 0,5(1000 – 550) +0,5 · 0 = 225 ден. ед. Возможность получить в 4,5 раза больший доход может толкнуть менеджеров на риск в ущерб экономическим интересам кредитора. Предвидя такое поведение предпринимателя, кредитор попытается как-то защитить себя. Повышение ставки ссудного процента в такой ситуации не решает проблему. Но можно ограничить сумму предоставляемого кредита с условием, что недостающий капитал предприниматель финансирует за свой счет. Если последний может получить в кредит только 180 ден. ед., а недостающие 320 ден. ед. ему нужно вложить самому, то при реализации первого варианта инвестиций он получит гарантированный доход 600 – 1,1 · 180 = = 402 ден. ед., а при осуществлении рискового варианта математическое ожидание дохода составит 0,5(1000 – 198) + 0 = 401. Так посредством ограничения суммы кредита кредитор предотвращает оппортунистическое поведение менеджмента фирмы. Но такое ограничение делает денежный рынок несовершенным.

Акционерам приходится считаться с возможностью оппортунистического поведения менеджеров, когда доходы последних либо вовсе не зависят от чистых доходов фирмы, либо зависят незначительно. В этих случаях менеджеры могут воспользоваться возникающими возможностями повысить свое благосостояние за счет ухудшения экономических результатов деятельности фирмы. Это достигается, например, посредством их уклонения от выполнения ряда обязанностей во имя увеличения свободного времени; чрезмерного повышения представительских расходов и командировок-путешествий; готовности к компромиссам с профсоюзами и поставщиками в ущерб интересам фирмы, но с пользой для себя; экономически необоснованного укрупнения фирмы ради повышения собственного престижа и пр.

В общем виде решение проблемы скрытых действий описывает модель «принципал — агент». Приведем один из простейших ее вариантов — LEN-модель, в которой основные зависимости задаются линейными функциями, предпочтения принципала и агента отображаются экспоненциальной функцией, а стохастический результат экономической деятельности имеет нормальное распределение (Linear-Exponential-Normal Allocation).

Представим зависимость величины аннуитета объекта инвестирования от экономической активности менеджера (предпринимателя), выступающего в роли агента, так:

$$a = k + l + \nu, \tag{6.9}$$

где k — независимая от экономической активности менеджера часть аннуитета; l — зависимая от труда менеджера часть; ν — стохастическая переменная с нулевым ожиданием. Примем, что производительность труда менеджера равна единице, тогда l одновременно представляет и количество эффективного труда менеджера.

Собственник используемого фирмой капитала выступает в роли принципала. Он видит только суммарный результат a, но какой вклад внес в него менеджер, неизвестно, так как ν случайная величина.

Вознаграждение менеджера рассчитывается по формуле

$$W = b + ca = b + c\,(k + l + \nu). \tag{6.10}$$

Параметры b и c зависят от способа финансирования фирмы (структуры ее капитала).

Когда используется только акционерный капитал, вознаграждение менеджера может либо не зависеть от величины аннуитета ($c = 0$; $b > 0$), либо наряду с фиксированной независимой от величины аннуитета суммой он может получать часть чистого дохода ($b > 0$; $0 < c < 1$). Если фирма использует только заемный капитал, то $b < 0$, а $c = 1$, т.е. кредитор получает независимую от результата хозяйствования сумму, а оставшаяся часть аннуитета достается предпринимателю. При смешанном финансировании фирмы $b < 0$ и $0 < c < 1$.

Представим отношение принципала (собственника капитала) к сочетанию доход — риск функцией полезности

$$U_{\text{п}} = \overline{(a - W)} - \psi_{\text{п}}\sigma^2\left(\widetilde{a - W}\right),$$

где $\overline{(a - W)}, \sigma^2\left(\widetilde{a - W}\right)$ — соответственно математическое ожидание и вариация дохода принципала; $\psi_{\text{п}}$ — коэффициент, отражающий отношение принципала к риску. С учетом зависимостей (6.9) и (6.10) ожидаемый доход принципала равен:

$$a - w = a - b - ca = (1 - c)(k + l + \nu) - b.$$

Его математическое ожидание — $(1-c)(k+l)-b$, а вариация — $(1-c)^2\sigma^2(\nu)$. Поэтому

$$U_{\text{п}} = (1-c)(k+l) - b - \psi_{\text{п}}(1-c)^2\,\sigma^2(\nu). \qquad (6.11)$$

В функции полезности агента наряду с факторами, учтенными в функции полезности принципала, нужно отразить его экономическую активность:

$$U_{\text{а}} = \overline{W} - \psi_{\text{а}}\sigma^2(W) - hl^2,$$

где hl^2 — «страдания» (уменьшение полезности) агента по мере увеличения его трудовой активности; $\psi_{\text{а}}$ — коэффициент, отражающий отношение агента к риску.

С учетом зависимостей (6.9) и (6.10) функция полезности агента принимает вид

$$U_{\text{а}} = b + c(k+l) - \psi_{\text{а}}c^2\sigma^2(\nu) - hl^2.$$

Цель агента — выбрать такое значение l, при котором он получает максимальную полезность. Оно находится в результате приравнивания производной функции полезности по l к нулю:

$$\frac{dU_{\text{а}}}{dl} = c - 2hl = 0 \Rightarrow l = \frac{c}{2h}. \qquad (6.12)$$

Предполагается, что параметр h известен принципалу; поэтому, устанавливая значение c при найме менеджеров, он может воздействовать на его экономическую активность. Кроме условия (6.12) принципал должен учитывать, что агент будет работать только в том случае, если значение его функции полезности превышает некую минимально необходимую величину: $U_{\text{а}} \geq U_{\text{а min}}$. Следовательно, задача принципала — определить параметр c, максимизирующий функцию (6.11) при $l = c/2h$ и $U_{\text{а}} \geq U_{\text{а min}}$. В результате решения этой задачи[1] получаем

$$c = \frac{1 + 4h\psi_{\text{п}}\sigma^2(\nu)}{1 + 4h(\psi_{\text{п}} + \psi_{\text{а}})\sigma^2(\nu)}. \qquad (6.13)$$

[1] См. Математическое приложение к данной главе.

Из выражения (6.13) следует, что оптимальная форма оплаты менеджера (агента) определяется следующими факторами: отношением контрагентов к риску ($\psi_{\text{п}}$ и $\psi_{\text{а}}$) и восприятием менеджера тяжести своего труда (h). Чем меньше принципал склонен к риску (чем больше $\psi_{\text{п}}$), тем большую долю чистых поступлений нужно оставлять предпринимателю (больше должно быть c). Если агент равнодушен к риску ($\psi_{\text{а}} = 0$), то $c = 1$. Это значит, что весь чистый доход за вычетом оговоренной суммы собственника капитала (b) должен доставаться агенту. Такой предприниматель предпочитает использовать заемный капитал и берет на себя не только систематический, но и несистематический риск. Несклонный к риску предприниматель ($\psi_{\text{а}} > 0$) применяет акционерный капитал. В этом случае его вознаграждение либо не зависит от чистых поступлений, либо слабо зависит от них. Чем больше антипатия менеджера к своему труду (чем больше h), тем меньше должна быть его доля в чистых поступлениях.

Обратим внимание на то, что при отсутствии неопределенности ($\sigma^2(\nu) = 0$) в целях наибольшего стимулирования труда предпринимателя ему должен доставаться весь результат ($c = 1$).

Допустим теперь, что принципал может полностью контролировать экономическую активность агента, т.е. «видит» значение l в равенстве (6.9). Тогда при максимизации своей функции полезности ему не нужно учитывать ограничение $l = c/2h$, и она достигает максимума при

$$c = \frac{\psi_{\text{п}}}{\psi_{\text{п}} + \psi_{\text{а}}}; \quad l = \frac{1}{2h}. \qquad (6.14)$$

В этом случае экономическая активность агента не зависит от величины чистых поступлений, а определяется равенством предельной производительности труда агента его предельным «страданиям» от работы. Поскольку $0 < c < 1$, то при возможности прямого контроля экономической активности агента он трудится больше, чем при косвенном контроле через величину аннуитета; соответственно повышается отдача инвестиций.

Решение (6.14) называется первым наилучшим (first best), а решение (6.13) вторым наилучшим (second best) решением. Разность между ними представляет потери от асимметричного распределения информации между участниками сделок на финансовом рынке вследствие оппортунистического поведения лучше информированной стороны.

Сравним выводы рыночно ориентированной CAPM с выводами институциональной модели «принципал — агент» в варианте LEN.

В основе CAPM лежит предпосылка о совершенстве финансового рынка. Предполагается, что все участники торгов не расположены к риску, и проблема его распределения между экономическими субъектами выходит на первый план. Эффективно функционирующий рынок решает ее таким образом, что посредством диверсификации портфеля рисковых активов устраняется несистематический риск, а систематический распределяется в соответствии с предпочтениями индивидов относительно доходности и риска. Доля риска, приходящаяся на отдельного инвестора, определяется величиной его портфеля рисковых активов, структура которого совпадает с рыночным портфелем акций. Из-за симметричного распределения информации, необходимой для принятия инвестиционно-финансовых решений, нет проблемы «принципал — агент». Оплата менеджерам фирмы осуществляется по результатам их трудовой деятельности, и эта часть их доходов не является стохастической величиной. В качестве инвесторов менеджеры могут иметь портфель рисковых ценных бумаг, но доля акций управляемых ими фирм будет в этих портфелях соответствовать структуре рыночного портфеля.

В институциональной концепции информация на финансовом рынке распределена асимметрично. Поэтому на первый план выходит проблема «принципал — агент». Экономические субъекты делятся на инвесторов и предпринимателей, в том числе и на основе их различного отношения к риску. Первые меньше склонны к нему, чем вторые. Это облегчает проблему распределения риска. LEN-модель описывает функционирование несовершенного рынка, на котором равновесие устанавливается при субоптимальном (second best) использовании финансовых ресурсов.

Краткие выводы

Если рентабельность производственного капитала фирмы превышает ставку процента по кредитам, то по мере увеличения доли заемного капитала повышается доходность акционерного капитала. Увеличение финансового рычага повышает вариационный риск доходности акционерного капитала и риск банкротства фирмы. В результате повышается стоимость и акционерного, и заемного капитала. Но это не означает, что при увеличении доли заемного капитала обязательно возрастет его средневзвешенная стоимость, так как одновременно происходит замещение более дорогого акционерного капитала более дешевым заемным.

По вопросу о том, существует ли оптимальная структура капитала, минимизирующая его стоимость (максимизирующая ценность фирмы

при заданной рентабельности операционного капитала), мнения экономистов расходятся.

Из рыночно ориентированной концепции, представленной моделями Модильяни — Миллера и CAPM, следует независимость стоимости капитала фирмы и ее ценности от финансовой структуры капитала. При наличии совершенного финансового рынка две фирмы, имеющие одинаковый поток чистых поступлений с одинаковым вариационным риском, не могут иметь различные рыночные цены, так как в противном случае появилась бы возможность извлекать арбитражную прибыль. Налогообложение корпораций и физических лиц деформирует рыночный механизм, и в результате изменение структуры капитала отражается на его стоимости и ценности фирмы. Одним из слагаемых ценности фирмы становится налоговый щит. Степень влияния структуры капитала на его стоимость при наличии налогов зависит от системы налогообложения, представляющей собой совокупность различных по величине, объектам обложения и способам взимания налогов. При определенной комбинации этих характеристик изменение структуры капитала не отражается на его стоимости.

До возникновения в конце 1940-х гг. рыночно ориентированной концепции в экономической теории господствовало мнение, что главным фактором, определяющим стоимость капитала фирмы, является не рынок, а поведение (требования) собственников используемого фирмой капитала. До тех пор пока доля заемного капитала не превышает определенного предела, собственники капитала могут не менять своих претензий на его доходность. В этом случае в результате эффекта замены средневзвешенная стоимость капитала будет снижаться, а ценность фирмы расти. Нахождение предела этого снижения — одна из задач финансового менеджмента.

Сторонники институциональной концепции признают решающую роль финансового рынка в формировании стоимости капитала и ценности фирмы. Но это не устраняет зависимость названных показателей от структуры капитала. Кроме системы налогообложения существуют другие несовершенства реального финансового рынка, влияющие на доходность финансовых операций, причем в разной степени и различными способами на доход акционеров и доход кредиторов. В таких условиях изменение структуры капитала сопровождается изменением его стоимости. При асимметричном распределении информации наличие на финансовом рынке множества покупателей и продавцов не препятствует тому, что отдельные участники сделок могут влиять как на цену товара, так и на его качество. Регулирование структуры капитала становится

не только средством минимизации его стоимости, но и инструментом стимулирования экономической активности менеджмента при решении проблемы скрытых действий (морального риска). На структуру капитала влияет также отношение к риску агента (менеджеров) и принципала (собственников капитала).

Математическое приложение: Решение проблемы «принципал — агент» (LEN-модель)

Соответствующая условию задачи функция Лагранжа имеет вид

$$\Phi = (1-c)\left(k+\frac{c}{2h}\right) - b - \psi_{\text{п}}(1-c)^2\sigma^2(\nu) -$$
$$-\lambda\left[U_{\text{a min}} - b - c\left(k+\frac{c}{2h}\right) + \psi_{\text{a}}c^2\sigma^2(\nu) + \frac{c^2}{4h}\right].$$

Она достигает максимума при

$$\frac{\partial\Phi}{\partial b} = -1+\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 1;$$
$$\frac{\partial\Phi}{\partial c} = \frac{1}{2h} - k - \frac{c}{h} + 2\psi_{\text{п}}(1-c)\sigma^2(\nu) +$$
$$+\lambda k + \lambda\frac{c}{h} - 2\lambda\psi_{\text{a}}c\sigma^2(\nu) - \lambda\frac{c}{2h} = 0.$$

После преобразований получаем

$$c = \frac{1+4h\psi_{\text{п}}\sigma^2(\nu)}{1+4h(\psi_{\text{п}}+\psi_{\text{a}})\sigma^2(\nu)}.$$

При отсутствии ограничения $l = c/2h$ функция Лагранжа имеет вид

$$\Phi = (1-c)(k+l) - b - \psi_{\text{п}}(1-c)^2\sigma^2(\nu) -$$
$$-\lambda\left[U_{\text{a min}} - b - c(k+l) + \psi_{\text{a}}c^2\sigma^2(\nu) + \frac{c^2}{4h}\right].$$

Она достигает максимума при

$$\frac{\partial\Phi}{\partial b} = -1+\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 1;$$
$$\frac{\partial\Phi}{\partial l} = -c + \lambda c - 2\lambda h l = 0 \Rightarrow l = \frac{1}{2h};$$
$$\frac{\partial\Phi}{\partial c} = -k - l + 2\psi_{\text{п}}\sigma^2(\nu) + \lambda k + \lambda l - 2\lambda c\psi_{\text{a}}\sigma^2(\nu) = 0.$$

Подставив найденные значения λ и l в третье равенство, получим

$$c = \frac{\psi_{\text{п}}}{\psi_{\text{п}}+\psi_{\text{a}}}.$$

Литература

1. *Брейли Р., Майерс С.* Принципы корпоративных финансов. М., 2005. Гл. 17. Имеет ли значение управление задолженностью?; гл. 19. Взаимосвязь инвестиционных решений и решений по финансированию.

2. *Бригхэм Ю., Эрхардт М.* Финансовый менеджмент. СПб., 2005. Гл. 15. Выбор структуры капитала: основные понятия; гл. 16. Выбор структуры капитала: более подробный анализ.

3. *Крушвиц Л.* Финансирование и инвестиции. СПб., 2000. Гл. 7. Теория структуры капитала.

4. *Пайк Р., Нил Б.* Корпоративные финансы и инвестирование. СПб., 2006. Гл. 20. Структура капитала и требуемая доходность; гл. 21. Действительно ли важна структура капитала?

5. *Хорн Дж., Вахович Дж.* Основы финансового менеджмента. М., 2006. Ч. VI. Стоимость капитала, структура капитала, дивидендная политика.

6. *Этрилл П.* Финансовый менеджмент для неспециалистов. М., 2006. Гл. 7. Стоимость капитала и принятие решений о его структуре.

Глава 7

Финансовая политика фирмы

Задача финансового менеджмента — регулировать входящие и исходящие денежные потоки, составляющие суть финансов фирмы (см. рис. 1.2), в интересах акционеров. Это достигается посредством системы мероприятий, именуемой инвестиционно-финансовой политикой. Обособление финансовой политики от инвестиционной теоретически возможно при таких предпосылках, которые редко встречаются на практике. Потоки денежных поступлений и выплат образуют кругооборот, в котором все его элементы взаимосвязаны друг с другом. В результате формирование притока финансов фирмы определяется направлениями оттока.

Представим финансовый кругооборот фирмы в виде следующего равенства:

$$\underbrace{rI\left(1-\tau\right)+iB\tau+A+\Delta B+\Delta S}_{приток}=\underbrace{\Delta I+D}_{отток}, \qquad (7.1)$$

где r — рентабельность осуществленных инвестиций I; τ — ставка налога; i — ставка процента; B — используемый заемный капитал; A — амортизация; S — акционерный капитал; D — дивиденды.

Первые три слагаемые левой части равенства (7.1) представляют поступления от осуществленных инвестиций с учетом налогов, а два последние — приросты заемного и акционерного капитала. Объем притока определяет пределы маневрирования при выборе направлений использования денежных поступлений: больше дивидендов сегодня или больше дополнительных инвестиций ради увеличения будущего притока. Два последние слагаемые равенства (7.1) могут принимать отрицательные значения, т. е. переходить в правую часть. Финансовые взаимоотношения с государством отражены в левой части равенства через ставку налога.

При заданной инвестиционной программе финансовая политика сводится к выбору способов формирования ее капитала. От него зависят структура и стоимость капитала, распределение дохода и риска бизнеса между инвесторами, состояние платежеспособности фирмы, набор прав инвесторов по контролю и регулированию ее хозяйственной деятельности.

Как следует из предыдущей главы, характер задач финансового менеджера фирмы и возможности их решения существенно зависят от степени совершенства рынка финансов. Хотя в реальной экономике отсутствуют условия, необходимые для совершенного функционирования рынков денег и капитала, дидактически оправданно начинать изучение сущности финансовой политики на примере ее проведения в условиях совершенной конкуренции, т.е. в отрыве от принятия инвестиционных решений.

7.1. Способы финансирования инвестиционной программы

В параграфе 2.1 изложены методы принятия инвестиционных решений без учета финансовой политики фирмы. Рассмотрим теперь ее последствия при заданной инвестиционной программе. При наличии совершенного финансового рынка финансовая политика, не влияя на ценность фирмы, определяет характер распределения чистых поступлений и риска между экономическими субъектами, предоставляющими фирме капитал.

Пример 7.1. Чтобы можно было применять CAPM, возьмем однопериодную инвестиционную программу. Некоторые организационно-технические мероприятия, осуществленные в начале периода, обещают стохастический прирост чистых поступлений фирмы с характеристиками, представленными в табл. 7.1. Установлено, что ковариация чистого дохода этой программы с доходностью фондового рынка равна 0,75.

Таблица 7.1

Чистый доход, ден. ед., инвестиционной программы

w				μ	σ^2
0,3	0,5	0,1	0,1		
10	15	20	25	15	20

В табл. 7.2 приведены четыре возможных варианта распределения ожидаемого прироста чистых поступлений между потенциальными инвесторами разного статуса.

По вариантам I и II не предполагается использовать заемный капитал, но в варианте II предусмотрен выпуск двух видов акций: простых и привилегиро-

ванных. В вариантах III и IV предусмотрено применение заемного капитала в объемах, обусловливающих в конце периода выплаты кредиторам 10 ден. ед. в варианте III и 12 ден. ед. в варианте IV. Кроме прироста чистых поступлений фирма не имеет средств для расчетов с кредиторами. Поэтому в варианте IV допускается возможность неплатежеспособности фирмы: с вероятностью $w = 0{,}3$ фирма не сможет в полном объеме погасить задолженность по кредитам.

Таблица 7.2

Формы финансирования инвестиционной программы

Вариант	Форма	Чистый доход при возможных исходах, ден. ед.				μ	σ^2	$\mathrm{cov}(\tilde{a}, \tilde{r}_M)$
I	Простые акции	10	15	20	25	15	20	0,75
II	То же	4	6	11	16	6,9	12,89	0,62
	Привилегированные акции	6	9	9	9	8,1	1,89	0,13
III	Простые акции	0	5	10	15	5	20	0,75
	Кредит	10	10	10	10	10	0	0
IV	Простые акции	0	3	8	13	3,6	14,84	0,7
	Кредит	10	12	12	12	11,4	0,84	0,05

Чтобы определить, сколько средств фирма может получить для осуществления данной инвестиционной программы, воспользуемся CAPM. Пусть ставка процента на денежном рынке $i = 3\%$, а рыночная премия за систематический риск $\left(\bar{r}_M - i\right)/\sigma_M^2 = 4$. Наличие заданной рынком премии за риск позволяет стохастическую величину чистых поступлений заменить гарантированным эквивалентом. Его дисконтирование по гарантированной доходности денежного рынка определяет ценность объекта инвестирования.

При заданной конъюнктуре финансового рынка в случае использования варианта I финансирования цена пакета обыкновенных акций равна (см. формулу (4.13)):

$$S = (15 - 4 \cdot 0{,}75)/1{,}03 = 11{,}65.$$

При использовании варианта II цена пакета обыкновенных акций

$$S_1 = (6{,}9 - 4 \cdot 0{,}62)/1{,}03 = 4{,}29,$$

а привилегированных акций

$$S_2 = (8{,}1 - 4 \cdot 0{,}13)/1{,}03 = 7{,}36.$$

При смешанном финансировании по варианту III посредством эмиссии простых акций удастся собрать

$$S = (5 - 4 \cdot 0{,}75)/1{,}03 = 1{,}94$$

и еще $B = 10/1{,}03 = 9{,}71$ ден. ед. нужно занять.

И наконец, при использовании варианта IV акционерный капитал составит

$$S = (3{,}6 - 4 \cdot 0{,}7)/1{,}03 = 0{,}78,$$

а заемный $B = (11{,}4 - 4 \cdot 0{,}05)/1{,}03 = 10{,}87$ ден. ед.

Очевидно, что ценность инвестиционной программы не зависит от формы ее финансирования.

Чтобы определить стоимость капитала, мобилизуемого для реализации инвестиционной программы, и его составных частей при различных способах финансирования, перейдем от абсолютных показателей отдачи (прироста чистых поступлений) к относительным (доходности): $r = (a_1 - PV_0)/PV_0$.

Если программу финансировать за счет выпуска только простых акций, то с вероятностью $w = 0{,}3$ ее доходность будет $r = (10 - 11{,}65)/11{,}65 = -0{,}142$; результаты аналогичных расчетов при других возможных исходах приведены в табл. 7.3 вместе с математическим ожиданием доходности и ее вариацией.

Таблица 7.3

Доходность, ден. ед., инвестиционной программы при ее финансировании за счет размещения простых акций

w				μ	σ^2
0,3	0,5	0,1	0,1		
– 0,142	0,29	0,72	1,15	0,288	0,1474

Поскольку, как было показано при выводе формулы (4.13), $\mathrm{cov}\left(\tilde{r}_j, \tilde{r}_M\right) = \mathrm{cov}\left(\tilde{a}_j, \tilde{r}_M\right)/PV$, то ковариация доходности инвестиционной программы с доходностью фондового рынка равна $0{,}75/11{,}65 = 0{,}0644$.

Результаты расчетов стоимости составных частей капитала при трех других возможных вариантах его мобилизации приведены в табл. 7.4.

Таблица 7.4

Стоимость возможных вариантов финансирования инвестиционной программы

Структура капитала	Доходность при возможных исходах				μ	σ^2	$\mathrm{cov}(\tilde{r}_j, \tilde{r}_M)$
$S = 11{,}65$	– 0,142	0,29	0,72	1,15	0,288	0,1474	0,0644
$S_1 = 4{,}29$	– 0,068	0,4	1,56	2,73	0,608	0,7004	0,1445
$S_2 = 7{,}36$	– 0,185	0,22	0,22	0,22	0,101	0,0349	0,0177
$S = 1{,}94$	– 1	1,58	4,15	6,73	1,577	5,314	0,3866
$B = 9{,}71$	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0	0
$S = 0{,}78$	– 1	2,85	9,26	15,7	3,615	24,39	0,8974
$B = 10{,}87$	– 0,08	0,1	0,1	0,1	0,049	0,0071	0,0046

Обратим внимание на доходность заемного капитала в варианте IV финансирования проекта. В отличие от варианта III его ожидаемая доходность превышает доходность денежного рынка в 3%. Это объясняется тем, что в варианте IV кредиторы рискуют не получить ожидаемую сумму. Разность 4,9 – 3 = 1,9% — это премия за риск. Она превышает рыночную цену риска. В соответствии с CAPM в варианте IV кредиторы должны требовать (12 – 10,87)/10,87 = 0,104 = 10,4%. Но предвидя возможность неплатежеспособности заемщика, кредиторы кроме рыночной цены риска, определенной по CAPM, требуют в рассматриваемом примере премию за риск неплатежеспособности в размере 10,4 – 4,9 = 5,5%.

Из табл. 7.4 следует, что стоимость капитала как средневзвешенная величина стоимостей составляющих его частей остается неизменной при любом варианте финансирования инвестиционной программы:

$$0{,}608\cdot\frac{4{,}29}{11{,}65}+0{,}101\cdot\frac{7{,}36}{11{,}65}=0{,}288;$$

$$1{,}58\cdot\frac{1{,}94}{11{,}65}+0{,}03\cdot\frac{9{,}71}{11{,}65}=0{,}288;$$

$$3{,}615\cdot\frac{0{,}78}{11{,}65}+0{,}049\cdot\frac{10{,}87}{11{,}65}=0{,}288.$$

Очевидно, что финансовая политика фирмы влияет на сочетание доходность — риск акционерного капитала: по мере перехода от I к IV варианту финансирования инвестиций растут доходность и риск простых акций (табл. 7.5).

Таблица 7.5

Изменение благосостояния акционеров

Показатели	Вариант			
	I	II	III	IV
$\bar{r}$	0,288	0,608	1,577	3,615
σ	0,1474	0,7004	5,314	24,39

В соответствии с рыночно ориентированной концепцией это не отражается на благосостоянии акционеров, потому что рациональный инвестор в качестве рисковой части финансовых вложений держит не пакет акций отдельной фирмы, а определенную долю рыночного портфеля. В тех случаях, когда в результате инвестиционной деятельности фирм меняются доходность и риск рыночного портфеля, каждый инвестор может сохранить выбранное им сочетание доходности и риска своих финансов посредством перераспределения вложений между рынками денег и капитала.

Однако, учитывая, что трансакционные издержки операций на финансовом рынке (затраты на сбор информации, решение проблем, порождаемых неблагоприятным отбором и скрытыми действиями) у физического лица, как правило, больше, чем у фирмы, вывод рыночно ориентированной концепции о независимости благосостояния акционеров от финансовой политики фирм представляется необоснованным.

7.2. Разбавление капитала

Когда фирме нужно расширить производство без увеличения финансового рычага, ей иногда приходится «разбавлять» капитал, т.е. увеличивать число своих акций. Размещение дополнительных акций сопровождается снижением их курса, так как в течение некоторого времени, до тех пор пока новые инвестиции не начнут окупаться, существующий объем чистых поступлений фирмы будет распределяться на большее число акций. Если дополнительно выпущенные акции купят новые акционеры, то они «перетянут на себя» часть чистых поступлений фирмы. Чтобы у прежних акционеров не возникло таких потерь, они должны либо сами скупить все количество дополнительно выпускаемых акций, либо получить компенсацию в случае покупки этих акций новыми акционерами.

Инструментом такой компенсации служит специфический опцион (варрант) — право на покупку новой акции по установленной акционерами цене, так называемой подписной цене, которая ниже рыночной. Каждый из прежних акционеров получает право на покупку такого количества новых акций по подписной цене, которое не меняет долю его пакета в общем количестве старых и новых акций. Так, акционер, имеющий 5% старых акций, получает право на покупку 5% новых акций.

Получив такое право, прежние акционеры могут либо воспользоваться им, либо продать его тому, кто желает купить новые акции по льготной цене. Как выгодней поступить, зависит от цены варранта. Определим равновесную цену этого финансового титула, при которой прежним акционерам будет безразлично, покупать ли самим дополнительно выпущенные акции или продать варрант другим лицам. Введем следующие обозначения:

Z_0 — рыночный курс акций до размещения дополнительного пакета, установившийся на рынке после поступления информации о намерениях фирмы произвести дополнительную эмиссию акций для осуществления инвестиций в реальный капитал;

Z_1 — рыночный курс акций после размещения дополнительного пакета;

Z' — подписная цена новой акции ($Z' < Z_1$);

N — количество акций фирмы до нового выпуска;

n — количество вновь выпущенных акций.

Произведение nZ' задано объемом инвестиций, необходимым для намеченного расширения производства, но величину каждого из его сомножителей устанавливают прежние акционеры.

Сразу после размещения дополнительных акций рыночная цена фирмы будет равна $Z_0N + nZ'$, а рыночный курс ее акций

$$Z_1 = \frac{Z_0N + Z'n}{N+n},$$

т.е. курс акции снизится на

$$Z_0 - Z_1 = \frac{(Z_0 - Z')\,n}{N+n}.$$

Равновесная цена (x) варранта определяется из следующего равенства:

$$Z' + \frac{N}{n}x = \frac{Z_0N + Z'n}{N+n}. \qquad (7.2)$$

В левой части равенства (7.2) стоит сумма денег, которую должен заплатить новый акционер за покупку одной акции (подписная цена плюс расходы на покупку N/n варрантов, необходимых для ее приобретения), а в правой — рыночная цена акции после разбавления капитала фирмы. Из равенства (7.2) следует

$$x = \frac{Z_0N + Z'n}{N+n}\cdot\frac{n}{N} - Z'\cdot\frac{n}{N} = \frac{n}{N+n}\cdot Z_0 + \frac{n}{N}\left(\frac{n}{N+n}\right)Z' =$$
$$= \frac{n}{N+n}(Z_0 - Z') = \frac{Z_0 - Z'}{N/n+1}. \qquad (7.3)$$

Таким образом, равновесная цена варранта равна снижению курса акции в результате разбавления капитала. При любой другой цене варранта возможно извлечение арбитражной прибыли. Когда цена рассматриваемого финансового титула больше правой части равенства

(7.3), тогда левая часть равенства (7.2) больше правой, т.е. прежние акционеры могут продать варрант и вырученная сумма превысит их потери от снижения цены пакета их акций. Когда цена варранта меньше величины правой части равенства (7.3), тогда держатель старой акции получит прибыль, если продаст ее на рынке и, имея право на покупку новой акции по заниженной цене, воспользуется этим правом.

Пример 7.2. Капитал фирмы представлен 5000 ее акций. У фирмы появился инвестиционный проект с положительной *NPV*, для реализации которого требуется 10 000 ден. ед. С учетом этой информации рыночный курс акций фирмы установился на уровне $Z_0 = 40$ ден. ед. Не имея возможности получить эту сумму в кредит, фирма решила выпустить 1000 дополнительных акций и предоставить своим акционерам преимущественное право на покупку их по цене 10 ден. ед. Сумма цен всех акций фирмы после дополнительной эмиссии будет равна 210 000 ден. ед., а цена одной — Z_0 = 210 000/6000 = 35 ден. ед. Равновесная цена пакета прав на покупку новой акции, определенная по формуле (7.2), составит (40 – 35)/6 = 5 ден. ед.

Посмотрим, как дополнительная эмиссия повлияла на ценность имущества акционера, имевшего до разбавления капитала 50 акций фирмы, общая ценность которых была равна 2000 ден. ед. После дополнительной эмиссии он может купить еще 10 акций по цене 10 ден. ед., и тогда ценность его имущества составит 2100 ден. ед. К этой же сумме мы придем на основании иных рассуждений: после размещения дополнительных акций ценность исходного пакета акционера составит 35 · 50 = 1750 ден. ед.; но он купил еще 10 акций, рыночная ценность которых равна 350 ден. ед.; всего получаем 2100 ден. ед.

Если рассматриваемый акционер не желает покупать дополнительные акции, то его потери составят 50 · (40 – 35) = 250 ден. ед. Однако он имеет 50 титулов прав на покупку новых акций, каждый из которых можно продать за 5 ден. ед. Следовательно, при нежелании дополнительно финансировать свою фирму общая ценность его имущества не изменится: 35 · 50 + 5 · 50 = 2000 ден. ед.; меняется только структура его имущества: раньше оно на 100% состояло из акций, теперь на 87,5% из акций и на 12,5% из наличных денег.

У новых акционеров тоже нет возможности извлечь арбитражную прибыль, так как за одну акцию, цена которой равна 35 ден. ед., они заплатили 10 ден. ед. подписной цены и 5 · 5 = 25 ден. ед. за пакет прав на ее покупку.

Посредством торговли варрантами потери акционеров, не желающих покупать новые акции, возмещаются новыми акционерами. Поэтому прежним акционерам независимо от того, будут они или не будут покупать новые акции, безразлично, какова подписная цена на новые акции. На этом основании анализ последствий разбавления капитала при симметричном распределении информации можно проводить в предположении, что все вновь выпускаемые акции покупаются преж-

ними акционерами и стоимость вновь привлеченного капитала равна рыночному курсу акций фирмы, установившемуся после размещения дополнительного пакета.

Но при асимметричном распределении информации на финансовом рынке это не так.

Пример 7.2 (*продолжение*). Допустим, что в данном примере текущая цена акции $Z_0 = 40$ является математическим ожиданием двух возможных с одинаковой вероятностью вариантов отдачи инвестиций: $Z_{01} = 35$ и $Z_{02} = 45$ — и старые акционеры могут раньше новых узнать, какой исход будет в действительности. В этом случае благосостояние старых акционеров будет зависеть от того, примут ли они участие в дополнительном финансировании фирмы или нет.

После того как станет известно, что курс акций фирмы недооценен, т.е. его равновесный курс $Z_0 = 45$, а не 40 ден. ед., то для максимизации благосостояния им следует полностью воспользоваться своим правом на покупку новых акций по подписной цене. В этом можно убедиться на основе следующих расчетов.

Когда информация об оптимистическом исходе дойдет до рынка, сумма цен всех акций после размещения дополнительного пакета будет равна $45 \cdot 5000 + 10 \cdot 1000 = 235\,000$, а цена одной акции $235\,000/6000 = 39{,}2$ ден. ед. Если акционер, имеющий 50 старых акций, купит еще 10, то его выигрыш от этой операции будет равен $392 - 10 \cdot 10 = 292$. Вычтя из этой суммы потери на курсе акций, получаем чистый выигрыш $292 - 50(40 - 39{,}2) = 252$ ден. ед. Если владелец 50 акций не будет покупать новые акции, то он получит 250 ден. ед. от продажи прав новым акционерам и потеряет $50(40 - 39{,}2) = 40$ ден. ед. из-за снижения курса акций; чистый выигрыш составит 210 ден. ед. Новый акционер, купивший права на покупку 10 акций, затратил $5 \cdot 50 + 10 \cdot 10 = 350$ ден. ед. и получил пакет акций ценностью 392 ден. ед.; его чистый выигрыш 42 ден. ед., который является уступкой со стороны старого акционера.

При получении старыми акционерами конфиденциальной информации о том, что равновесный курс акций $Z_0 = 35$, им становится выгодно продать свое право на покупку новых акций. После распространения информация о пессимистическом исходе сумма цен всех акций будет равна $35 \cdot 5000 + 10 \cdot 1000 = 185\,000$, а цена одной акции $185\,000/6000 = 30{,}8$ ден. ед. В этом случае, если владелец 50 акций не будет покупать новые акции, то он получит 250 ден. ед. от продажи прав новым акционерам и потеряет $50(40 - 30{,}8) = 460$ ден. ед. из-за снижения курса акций; чистые потери составят 210 ден. ед. Новый акционер, купивший права на покупку 10 акций, затратил $5 \cdot 50 + 10 \cdot 10 = 350$ ден. ед. и получил пакет акций ценностью 308 ден. ед.; потери 42 ден. ед. были переданы ему старым акционером вместе с правами на покупку акций. Если акционер, имевший 50 акций, купит еще 10, то его выигрыш от этой операции будет равен $308 - 10 \cdot 10 = 208$ ден. ед. Вычтя из этой суммы потери на курсе акций, получаем чистые потери $292 - 50(40 - 30{,}8) = -252$ ден. ед.

Таким образом, при асимметричном распределении информации о соотношении фактического и равновесного курсов акций подписная цена дополнительно выпускаемых акций является инструментом перераспределения имущества между прежними и новыми акционерами. Это приводит к ряду последствий, влияющих на финансовую политику фирмы.

Если прежние акционеры при недооцененном курсе акций по каким-то причинам не желают покупать новые акции, выпускаемые для финансирования инвестиционного проекта с положительной *NPV*, то они могут выступить против этого проекта, так как приращение их дивидендов от его реализации может быть меньше сокращения их дивидендов вследствие разводнения капитала.

Поскольку при асимметричном распределении информации посредством дополнительной эмиссии акций можно переложить ожидаемые потери на новых акционеров, то они настороженно относятся к этому мероприятию, что оказывает понижающее воздействие на курс акций и ценность фирмы. Этим объясняется желание финансовых менеджеров как можно реже проводить дополнительную эмиссию акций фирмы.

Одним из показателей, дающим потенциальным акционерам некоторое представление о соотношении фактического и равновесного курсов акций, служит структура финансирования новых инвестиций. При завышенном курсе акций фирмы менеджерам выгодно все необходимые средства получить за счет эмиссии новых акций, а при заниженном курсе взять кредит. Следовательно, доля заемного капитала в общем объеме новых инвестиций выполняет сигнальные функции: чем она больше, тем вероятней, что в данный момент акции фирмы недооценены.

7.3. Дивидендная политика

Под дивидендной политикой подразумевается порядок определения размеров и периодичности выплаты акционерам части ценности акционерного капитала.

Поскольку цена акции равна дисконтированной сумме потока дивидендов (см. формулу (2.6)), то может показаться, что дивидендная политика должна иметь приоритет перед другими задачами финансового менеджмента: составлением инвестиционной программы, формированием структуры капитала фирмы и поддержанием ее платежеспособности. Но это не так. Дивидендная политика сама по себе не увеличивает благосостояние акционеров. Выплаченные дивиденды уменьшают нерас-

пределенную прибыль, составляющую часть акционерного капитала. Такая политика меняет только структуру имущества акционеров. После получения дивидендов у них увеличивается сумма денег, но ровно на столько же уменьшается ценность акционерного капитала, т.е. числитель в формуле расчета цены акции не меняется. При наличии совершенного рынка финансов акционеры могут сами проводить индивидуальную дивидендную политику, периодически продавая определенное количество своих акций.

Однако с учетом трансакционных издержек трансформация акционерного капитала в наличные деньги фирме обходится дешевле, чем физическим лицам. Кроме того, дивидендная политика фирмы может иметь значение для акционеров, когда ставка налога на дивиденды превышает ставку налога на прирост ценности капитала. В этом случае фирмы могут выплачивать дивиденды своими акциями (разводнение капитала), уменьшая налоговую нагрузку. Но в любом случае нужно помнить, что прирост ценности фирмы (благосостояния акционеров) достигается в основном за счет оптимизации инвестиционной программы и структуры капитала, а дивидендная политика фирмы помогает акционерам оптимизировать их структуру имущества.

В треугольнике задач финансового менеджмента: инвестиционная программа — структура капитала — дивидендная политика — решение двух из них задает и решение третьей. Альтернативными направлениями использования денежных средств являются инвестиции в производительный капитал, увеличение финансовых активов, уменьшение задолженности фирмы, выплаты акционерам. Рассмотрим ситуацию, в которой последний вариант оказывается наилучшим.

Пример. 7.3. Укрупненный баланс фирмы на момент принятия решения имеет вид:

Активы, ден. ед.		Пассивы, ден. ед.	
Деньги	160	Заемный капитал	360
Операционный капитал	800	Акционерный капитал	600
Всего	960	Всего	960

Стоимость заемного капитала равна 6%, а акционерного — 12%; тогда средневзвешенная стоимость инвестированного капитала составит $(6 \cdot 360 + 12 \cdot 600)/960 = 9{,}75\%$. В отчетном периоде после уплаты налогов у фирмы остается 120 ден. ед. бухгалтерской прибыли.

Определим экономическую прибыль, прирост ценности фирмы и акционерного капитала за отчетный период при различных вариантах использования

денег. Вспомним, что экономическая прибыль (EVA) определяется в результате вычитания из бухгалтерской прибыли затрат на оплату акционерного и заемного капитала, а прирост ценности фирмы (ΔV) — капитализацией экономической прибыли по средневзвешенной стоимости используемого ею капитала.

Вариант 1. Деньги остаются в составе оборотного капитала фирмы:

$$EVA = 120 - 0{,}06 \cdot 360 - 0{,}12 \cdot 600 = 26{,}4;$$

$$\Delta V = 26{,}4/0{,}0975 = 270{,}8.$$

Рыночная ценность фирмы возросла до $960 + 270{,}8 = 1230{,}8$ ден. ед., а акционерного капитала — до $1230{,}8 - 360 = 870{,}8$ ден. ед. (Прирост благосостояния акционеров в отчетном периоде можно представить в другом виде. Они могут увеличить требования к доходности своего капитала, измеренного в учетных ценах баланса, с 12 до 16,4%; это приведет к росту $WACC$ с 9,75 до 12,5%).

Теперь проследим за тем, как меняются эти показатели при других вариантах использования денег фирмы.

Вариант 2. Фирма покупает трехпроцентные государственные облигации, превращая наличные деньги в ценные бумаги:

Активы, ден. ед.		Пассивы, ден. ед.	
Ценные бумаги	160	Заемный капитал	360
Операционный капитал	800	Акционерный капитал	600
Всего	960	Всего	960

$$EVA = 120 + 0{,}03 \cdot 160 - 0{,}06 \cdot 360 - 0{,}12 \cdot 600 = 31{,}2;$$

$$\Delta V = 31{,}2/0{,}0975 = 320.$$

Рыночная ценность фирмы равна $960 + 320 = 1280$ ден. ед., а ценность акционерного капитала — $1280 - 360 = 920$ ден. ед.

Вариант 3. Деньги используются для уменьшения задолженности фирмы:

Активы, ден. ед.		Пассивы, ден. ед.	
Операционный капитал	800	Заемный капитал	200
		Акционерный капитал	600
Всего	800	Всего	800

Средневзвешенная стоимость капитала фирмы возросла до $(6 \cdot 200 + 12 \times 600)/800 = 10{,}5\%$. Отсюда

$$EVA = 120 - 0{,}06 \cdot 200 - 0{,}12 \cdot 600 = 36;$$

$$\Delta V = 36/0{,}105 = 342{,}9.$$

Рыночная ценность фирмы равна $800 + 342{,}9 = 1142{,}9$ ден. ед., а акционерного капитала — $1142{,}9 - 200 = 942{,}9$ ден. ед.

Вариант 4. Фирма вкладывает деньги в инвестиционный проект с внутренней доходностью 13%.

Активы, ден. ед.		Пассивы, ден. ед.	
Операционный капитал	960	Заемный капитал	360
		Акционерный капитал	600
Всего	960	Всего	960

$$EVA = 120 + 0{,}13 \cdot 160 - 0{,}06 \cdot 360 - 0{,}12 \cdot 600 = 47{,}2;$$

$$\Delta V = 47{,}2/0{,}0975 = 484{,}1.$$

Рыночная ценность фирмы равна 960 + 484,1 = 1444,1 ден. ед., а акционерного капитала — 1444,1 – 360 = 1084,1 ден. ед.

Вариант 5. Фирма выкупает свои акции.

Активы, ден. ед.		Пассивы, ден. ед.	
Операционный капитал	800	Заемный капитал	360
		Акционерный капитал	440
Всего	800	Всего	800

Теперь средневзвешенная стоимость капитала фирмы равна $(6 \cdot 360 + 12 \times \times 440)/800 = 9{,}3\%$; поэтому

$$EVA = 120 - 0{,}06 \cdot 360 - 0{,}12 \cdot 440 = 45{,}6;$$

$$\Delta V = 45{,}6/0{,}093 = 490{,}3.$$

Рыночная ценность фирмы равна 800 + 490,3 = 1290,3 ден. ед., а ценность акционерного капитала — 1290,3 – 360 = 930,3 ден. ед. Но кроме пакета акций ценностью 930,3 ден. ед. у акционеров есть 160 ден. ед. наличными; всего 1090,3 ден. ед.

Рыночная ценность фирмы и имущества акционеров, соответствующие каждому варианту использования денег, приведены в табл. 7.6.

Таблица 7.6

Результаты различных вариантов использования денежных средств фирмы

Вариант	Ценность фирмы	Имущество акционеров		
		S	*M*	всего
1	1230,8	870,8	0	870,8
2	1280	920	0	920
3	1142,9	942,9	0	942,9
4	1444,1	1084,1	0	1084,1
5	1290,3	930,3	160	1090,3

Случаи, когда менеджеры фирмы не могут использовать свободные денежные средства более эффективно, чем акционеры фирмы, встречаются на практике[1]. Но это не освобождает финансовых менеджеров от необходимости выработать определенный удовлетворяющий акционеров порядок определения денежных сумм, направляемых на выплату дивидендов. «Инвесторы могут предпочитать дивиденды приросту капитала, а могут и не делать этого, но что они несомненно предпочитают, так это стабильные дивиденды»[2]. Еще лучше, если дивиденды стабильно растут.

Возможности обеспечения стабильного роста дивидендов и курса акций зависят от эффективности производства фирмы (рентабельности оперативного капитала), конъюнктуры финансового рынка (стоимости инвестированного капитала), структуры капитала и дивидендной политики фирмы. Покажем характер взаимосвязи этих факторов при условиях примера 7.3.

Пример. 7.3 (*продолжение*). Предположим, что фирма планирует в будущем сохранить достигнутую рентабельность операционного капитала в 120/800 = 0,125 и величину финансового рычага l = 360/600 = 0,6; стоимость заемного капитала не меняется (i = 6%). Фирма обещает 50% остающихся после уплаты налогов и расчетов с кредиторами денежных средств выплачивать в виде дивидендов, т.е. устанавливает коэффициент дивидендных выплат d = 0,5. Рассчитаем возможный в этих условиях темп прироста прибыли, дивидендов и акционерного капитала.

Прибыль после расчета с кредиторами $\pi' = 120 - 0{,}06 \cdot 360 = 98{,}4$; половина ее реинвестируется (ΔS = 49,2), поэтому в следующем периоде акционерный капитал составит 649,2 ден. ед. При сохранении величины финансового рычага заемный капитал увеличится до $0{,}6 \cdot 649{,}2 = 389{,}5$ ден. ед., а общий капитал фирмы — до 649,2 + 389,5 = 1038,7 ден. ед. При прежней эффективности его использования будет получена чистая прибыль $0{,}125 \cdot 1038{,}7 = 129{,}8$ ден. ед.; после выплаты процентов останется $129{,}8 - 0{,}06 \cdot 389{,}5 = 106{,}4$ ден. ед., в том числе дивиденды 53,2 ден. ед. Используемый фирмой капитал, акционерный капитал и дивиденды возросли в 1,082 раза: 53,2/49,2 = 649,2/600 = 1038,7/960 = = 1,082. Динамика этих показателей в последующие четыре года работы фирмы представлены в табл. 7.7.

[1] «Самые крупные и наиболее значительные операции по выкупу акций происходили в нефтяной промышленности, где денежные ресурсы в общем превышали благоприятные инвестиционные возможности. Exxon заняла первое место, израсходовав более 15 млрд дол. на выкуп акций в конце 1989 г.» // Брейли Р., Майерс С. Принципы корпоративных финансов. М., 1997. С. 404.

[2] Бригхэм Ю., Эрхардт М. Финансовый менеджмент. СПб., 2005. С. 698—699.

Таблица 7.7

Устойчивый рост фирмы (вариант 1)

t	π	π′	S	B	K	dπ′	g
0	120	98,4	600	360	960	49,2	
1	129,8	106,5	649,2	389,5	1038,7	53,2	0,082
2	140,5	115,2	702,4	421,5	1123,9	57,6	0,082
3	152,0	124,6	760,0	456,0	1216,1	62,3	0,082
4	164,5	134,9	822,4	493,4	1315,8	67,4	0,082
5	178,0	145,9	889,8	533,9	1423,7	73,0	0,082

В общем виде зависимость темпа прироста перечисленных показателей от определяющих его факторов можно представить в виде[1]

$$g = (1 - d)[\, r + (r - i)l \,],$$

где g — темп прироста; d — коэффициент дивидендных выплат; r — рентабельность оперативного капитала; l — величина финансового рычага.

Величина r зависит от деятельности производственных менеджеров. Финансовые менеджеры могут регулировать темпы роста дивидендов, меняя параметры d и l. В табл. 7.8 и 7.9 показано, как в соответствии с данными примера 7.3 меняются экономические показатели фирмы, если при прочих равных условиях доля дивидендов в остаточной прибыли сократится до $d = 0{,}25$ или финансовый рычаг увеличится до $l = 0{,}75$.

Таблица 7.8

Устойчивый рост фирмы (вариант 2)

t	π	π′	S	B	K	dπ′	g
0	120	98,4	600	360	960	24,6	
1	134,8	110,5	673,8	404,3	1078,1	27,6	1,123
2	151,3	124,1	756,7	454,0	1210,7	31,0	1,123
3	169,9	139,4	849,7	509,8	1359,6	34,8	1,123
4	190,9	156,5	954,3	572,6	1526,8	39,1	1,123
5	214,3	175,7	1071,6	643,0	1714,6	43,9	1,123

[1] См.: Математическое приложение к данной главе.

Таблица 7.9

Устойчивый рост фирмы (вариант 3)

t	π	π′	S	B	K	dπ′	g
0	120	95,3	548,6	411,4	960	47,7	
1	130,4	103,6	596,3	447,2	1043,5	51,8	1,087
2	141,8	112,6	648,1	486,0	1134,1	56,3	1,087
3	154,1	122,4	704,4	528,3	1232,6	61,2	1,087
4	167,5	133,0	765,5	574,2	1339,7	66,5	1,087
5	182,0	144,6	832,1	624,0	1456,1	72,3	1,087

Краткие выводы

В ходе финансовой политики формируются структура капитала фирмы и его стоимость, осуществляется распределение доходов и рисков между собственниками используемого фирмой капитала, создаются инструменты согласования интересов собственников и менеджеров.

Независимость стоимости капитала фирмы от способа и источников его мобилизации в условиях существования совершенного рынка финансов не исключает возможности увеличения доходности акционерного капитала посредством целенаправленной финансовой политики. На этом основании финансовая политика может содействовать росту благосостояния акционеров при наличии трансакционных издержек осуществления сделок между агентами финансового рынка.

При недостаточном для реализации эффективных дополнительных инвестиций притоке денег от осуществленных инвестиций и ограничениях на получение кредитов приходится идти на разбавление капитала фирмы, ведущему на некоторое время к снижению курса ее акций. Средством компенсации возникающих при этом потерь у акционеров является разновидность производного финансового титула — варрант. При асимметричном распределении информации об ожидаемых результатах дополнительных инвестиций цена варранта выступает в качестве инструмента перераспределения имущества между старыми и новыми акционерами. Последствия разводнения капитала в значительной мере определяются качеством сигналов, поступающих на финансовый рынок.

Степень воздействия дивидендной политики на благосостояние акционеров зависит от уровня совершенства финансового рынка. Оптимальная дивидендная политика основывается на учете сравнительной эффективности альтернативных направлений использования денежных

средств фирмы и необходимости стабильного экономического роста, возможности которого определяются параметрами кругооборота финансов фирмы.

Математическое приложение

По определению

$$g = K_1 / K_0 - 1;\ K_0 = S_0 + B_0;\ K_1 = S_1 + B_1;\ l = B_0 / S_0.$$

При принятых предположениях

$$S_1 = S_0 + (1 - d)\pi_0';\ \pi_0' = \pi_0 - iB_0;\ \pi_0 = r(S_0 + B_0).$$

Поэтому

$$S_1 = S_0 + (1 - d)[r(S_0 + B_0) - iB_0];\ B_1 = lS_1.$$

$$K_1 = S_1(1 + l) = (1 + l)\{S_0 + (1 - d)[rS_0 + (r - i)B_0]\}.$$

Поскольку $K_0 = S_0(1 + l)$, то

$$\frac{K_1}{K_0} - 1 \equiv g = \frac{S_0 + (1-d)\left[rS_0 + (r-i)B_0\right]}{S_0} - 1 =$$

$$= \frac{(1-d)\left[rS_0 + (r-i)B_0\right]}{S_0} = (1-d)\left[r\left(1 + \frac{B_0}{S_0}\right) - i\frac{B_0}{S_0}\right] =$$

$$= (1-d)\left[r + (r-i)l\right].$$

Литература

1. *Брейли Р., Майерс С.* Принципы корпоративных финансов. М., 2005. Гл. 16. Дивидендная политика и структура капитала.
2. *Бригхэм Ю., Эрхардт М.* Финансовый менеджмент. СПб., 2005. Гл. 17. Распределение прибыли между акционерами: выплаты дивидендов и выкуп акций.
3. *Пайк Р., Нил Б.* Корпоративные финансы и инвестирование. СПб., 2006. Гл. 18. Источники долгосрочного финансирования; гл. 19. Возмещение акционерам: выплаты дивидендов.
4. *Этрилл П.* Финансовый менеджмент для неспециалистов. М., 2006. Гл. 6. Финансирование бизнеса; гл. 8. Формирование дивидендной политики.

Словарь терминов

Акция — ценная бумага, свидетельствующая об участии ее владельца в капитале акционерного общества, выпустившего данную бумагу, и дающая право на получение части прибыли в виде дивиденда.

Анализ чувствительности — выявление меры изменения критериального показателя инвестиционных решений при изменении одного или нескольких определяющих его параметров.

Аннуитет — поток равновеликих чистых поступлений, поступающих через одинаковые промежутки времени.

Брокер — агент, выполняющий совершающий по поручению инвесторов сделки с ценными бумагами.

Варрант — разновидность *дериватива*, предоставляет его владельцу право на покупку дополнительно выпускаемых акций по *подписной цене*.

Внутренняя доходность (IRR) — ставка дисконтирования, при которой сегодняшняя ценность чистых поступлений от осуществляемых инвестиций равна их величине.

Вторичный рынок ценных бумаг — обращение ранее эмитированных на первичном рынке ценных бумаг между конечными их держателями.

Гарантированный эквивалент — гарантированный доход, равноценный для инвестора вероятностному доходу с заданным распределением вероятностей.

Гибкое планирование — планирование, предусматривающее возможность принятия различных вариантов решений в будущем в зависимости от хода реализации инвестиционной программы.

Дерево решений — *дерево состояний*, дополненное будущими решениями с учетом информации о ходе реализации инвестиционного проекта.

Дерево состояний — графическое представление ожидаемых результатов инвестиционных решений в зависимости от различных возможных состояний окружающей среды.

Деривативе — ценная бумага, предоставляющая его владельцу право совершить в будущем торговую сделку с базовым активом (реальным товаром или ценной бумагой).

Дивиденды — часть прибыли, распределяемая между акционерами пропорционально числу имеющихся у них *акций*.

Дюрация — момент времени, в котором дисконтированная сумма доходов на облигацию не зависит от того, в каком направлении и на сколько изменится ставка процента сразу после покупки облигации.

Жесткое планирование — планирование, при котором принятие решений относительно будущих мероприятий осуществляется единожды перед началом реализации инвестиционно-финансовой программы.

Инвестирование — использование сбережений для создания новых средств производства (реальные инвестиции) или покупки ценных бумаг (портфельные инвестиции).

Калькуляционная ставка процента — ставка процента в *коэффициенте дисконтирования*.

Капитал производственный (оперативный) — основные и оборотные средства, используемые в производственной деятельности предприятия.

Капитал финансовый — приносящие доход ценные бумаги и деньги.

Коэффициент дисконтирования — множитель, посредством которого денежная сумма текущего периода приводится к предшествующему периоду.

Коэффициент ликвидности — отношение суммы собственных ликвидных средств к сумме задолженности.

Линия рынка *капитала* (*CML*) — множество эффективных смешанных портфелей финансовых активов;

***ценных бумаг* (*SML*)** — линейная зависимость между ожидаемой доходностью и величиной риска ценной бумаги при равновесии на рынке капитала.

Минимальный срок окупаемости — период времени, в течение которого сумма чистых поступлений, приведенная к моменту осуществления инвестиций, равна их величине.

Модель *арбитражного ценообразования на капитальные активы* — представление ожидаемой доходности вложений в ценные бумаги как суммы безрисковой ставки процента и премии за риск, определяемой несколькими факторами систематического риска;

***оценки финансовых активов* (*CAPM*)** — определение ожидаемой доходности вложений в ценные бумаги как суммы безрисковой ставки процента и премии за риск.

Налоговый щит — величина уменьшения корпоративного налога при использовании заемного капитала.

Неблагоприятный отбор — сокращение объема взаимовыгодных сделок в результате асимметричного распределения информации между рыночными агентами.

Неопределенность — ситуация, в которой результат экономической активности индивида зависит не только от его действий, но и от непредвидимого состояния внешней среды.

Несклонный к риску индивид — индивид, для которого величина гарантированного эквивалента рискового дохода превышает его математическое ожидание.

Облигация — ценная бумага, эмитируемая государством или фирмой в качестве средства заимствования на рынке денег.

Однофакторная модель оценки капитальных активов — представление ожидаемой доходности вложений в ценные бумаги в виде двух слагаемых, одно из которых зависит от доходности рыночного портфеля, а другое нет.

Опцион — разновидность деривативa, предоставляющего его владельцу право (но не обязанность) в будущем купить (опцион колл) или продать (опцион пут) базовый актив (реальный товар или ценную бумагу).

Первичный рынок ценных бумаг — отношения, складывающиеся между эмитентом ценных бумаг и первыми инвесторами, профессиональными участниками рынка ценных бумаг.

Портфельные инвестиции — см. *Инвестирование*.

Премия за риск — произведение цены риска на его величину, измеряемую нормированной ковариацией доходности отдельной акции с доходностью рыночного портфеля.

Разбавление капитала — увеличение числа акций, представляющих акционерный капитал.

Реальные инвестиции — см. *Инвестирование*.

Реальный опцион — возможность в будущем принять решение, направленное на увеличение конечного результата реализуемого проекта.

Риск *банкротства* — возможность невыполнения обязательств по долгам;

вариационный — возможность отклонения в положительную или отрицательную сторону фактического результата принятого решения от ожидаемого;

диверсифицируемый — устраняемая за счет диверсификации портфеля ценных бумаг доля общего риска;

моральный — вероятность снижения полезности заключенной торговой сделки из-за скрытых оппортунистических действий продавца;

недиверсифицируемый — не устраняемая за счет диверсификации портфеля ценных бумаг доля общего риска, связанная с макроэкономической конъюнктурой;

производственный — вероятность отклонения фактического результата от ожидаемого, проистекающая из характера хозяйственной деятельности фирмы;

финансовый — повышение вариационного риска по мере увеличения финансового рычага.

Рынок *денег* — совокупность организационно-правовых условий, обеспечивающая возможность осуществления краткосрочного (до года) кредитования и заимствования в денежной форме;

деривативов — совокупность организационно-правовых условий, обеспечивающая возможность осуществления срочных сделок с базовыми активами;

капитала — совокупность организационно-правовых условий, обеспечивающая возможность осуществления купли-продажи ценных бумаг с рисковой доходностью;

финансов — совокупность *рынков денег, капитала* и *деривативов*.

Рыночно-добавленная ценность — разность между ценностью фирмы и балансовой ценностью используемого ею капитала.

Сбережения — непотребленная часть дохода.

Свободный денежный поток — прибыль за вычетом налогов и инвестиций плюс амортизация.

Своп — разновидность деривативa; соглашение, позволяющее временно обменять одни активы или обязательства на другие активы или обязательства с целью улучшения структуры активов и обязательств, снижения рисков и получения прибыли.

Сегодняшняя ценность — приведенная к текущему периоду посредством коэффициентов дисконтирования сумма чистых поступлений за ряд последующих периодов.

Скорректированная сегодняшняя ценность — *сегодняшняя ценность*, увеличенная на *налоговый щит*.

Средневзвешенная стоимость капитала — сумма стоимостей акционерного и заемного капиталов, взвешенная по их доли в общем капитале фирмы.

Стоимость капитала — требуемая собственниками капитала норма его доходности.

Теорема Модильяни — Миллера *вторая* — при заданной ставке процента стоимость акционерного капитала является линейной функцией от величины финансового рычага;

третья — при равновесии на рынке капитала средневзвешенная стоимость капитала равна ожидаемой доходности акций фирмы независимо от структуры ее капитала;

первая — при наличии совершенного рынка капитала ценность фирмы не зависит от структуры ее капитала;

паритетности опционов колл и пут — доходность портфеля, содержащего акцию и опцион пут на нее, равна доходности портфеля, содержащего опцион колл и гарантированный доход на момент исполнения опциона в размере цены исполнения, при любой конъюнктуре на рынке финансов;

***сепаратности* Тобина** — при наличии совершенного рынка денег оптимальная для инвестора структура портфеля акций не зависит от расположенности инвестора к риску;

Фишера — при наличии совершенного рынка денег оптимальный объем сбережений индивида не зависит от его межвременных потребительских предпочтений.

Финансирование — использование денежных средств для реализации инвестиционного проекта.

Финансовая структура капитала — соотношение между заемным и акционерным капиталом фирмы.

Финансовый рычаг — отношение ценности заемного капитала к ценности акционерного капитала.

Фьючерс — разновидность деривативa, который представляет собой контракт о будущей торговой сделке по определенной заранее цене и срокам исполнения.

Хеджирование — страхование от риска изменения цен путем занятия на параллельном рынке противоположной позиции.

Цена (*курс*) *акции* — сумма денег, уплачиваемая при покупке акций на рынке;

акции подписная — устанавливаемая акционерами цена на дополнительно выпускаемые акции на уровне ниже текущей рыночной цены;

риска — разность между доходностями равновесного рыночного портфеля и рыночной ставкой процента.

Ценность *акции* — *сегодняшняя ценность* суммы ожидаемых доходов на акцию за весь период ее обращения;

фирмы — произведение количества всех обращающихся на рынке капитала акций фирмы на их цену (курс) плюс сумма используемых фирмой заемных средств.

Чистая сегодняшняя ценность — *сегодняшняя ценность* за вычетом суммы инвестиций, обеспечивающих чистые поступления.

Чистые поступления — денежный доход, получаемый фирмой, за вычетом денежных выплат.

Экономическая прибыль — бухгалтерская прибыль за вычетом альтернативных издержек применяемого капитала.

Учебное издание

Тарасевич Леонид Сергеевич,
Гребенников Петр Ильич,
Леусский Александр Иванович.

ТЕОРИЯ КОРПОРАТИВНЫХ ФИНАНСОВ

Учебник

Издательство «Высшее образование»

140004, Московская область, г. Люберцы,
1-й Панковский проезд, дом 1.

Тел.: (495) 744-00-12. E-mail: publish@urait.ru. www.urait.ru

Подписано в печать 16.06.2007. Формат 84×108 $^{1}/_{32}$.
Гарнитура «PetersburgC». Печать офсетная.
Усл. печ. л. 12. Тираж экз. Заказ №